



ĐỀ THAM KHẢO TP.HCM 2026-2027

## Đề 04 · Đề và lời giải từng bước

7 câu tự luận · 120 phút · 10 điểm

Xanh dương: kiến thức · Xanh lá: kết quả · Vàng nhạt: lưu ý

### Câu 1 (1,5 điểm)

Cho hàm số  $y = \frac{3}{2}x^2$  có đồ thị (P).

- a) Vẽ đồ thị (P) trên hệ trục tọa độ.  
b) Tìm tọa độ các điểm thuộc (P) có tung độ bằng 24.

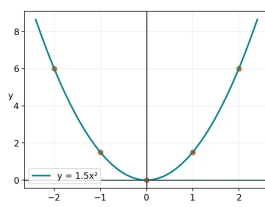
#### HƯỚNG DẪN GIẢI

**Kiến thức cần dùng:** Vẽ parabol qua bảng giá trị; thay tung độ cho trước vào công thức.

#### a) Vẽ đồ thị

| x | -2 | -1  | 0 | 1   | 2 |
|---|----|-----|---|-----|---|
| y | 6  | 1,5 | 0 | 1,5 | 6 |

Chấm các điểm  $(-2; 6)$ ,  $(-1; 1,5)$ ,  $O(0; 0)$ ,  $(1; 1,5)$ ,  $(2; 6)$ , rồi vẽ đường cong mềm đối xứng qua Oy. Parabol có đỉnh O và mở lên vì hệ số  $\frac{3}{2}$  dương.

Đồ thị  $y = 3x^2/2$  đối xứng qua trục Oy (hình minh họa).

#### b) Tìm các điểm có $y = 24$

Thay  $y = 24$ :  $(\frac{3}{2})x^2 = 24 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4$  hoặc  $x = -4$ .**Kết luận:** Hai điểm là  $(4; 24)$  và  $(-4; 24)$ .**Lưu ý:** Tung độ là y; không thay  $x = 24$ .

## Câu 2 (1 điểm)

Cho phương trình  $-3x^2 + 2x + 4 = 0$ .

a) Chứng minh phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$ .

b) Không giải phương trình, tính  $A = \frac{2x_1}{x_2} + \frac{2x_2}{x_1}$ .

### HƯỚNG DẪN GIẢI

**Kiến thức cần dùng:** Biệt thức và Viète; quy đồng biểu thức chứa nghiệm.

#### a) Chứng minh có hai nghiệm

$\Delta = 2^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 4 = 52 > 0$ , nên phương trình có hai nghiệm phân biệt.

#### b) Tính bằng tổng và tích

Theo Viète:  $S = x_1 + x_2 = -2/(-3) = \frac{2}{3}$ ;  $P = x_1x_2 = 4/(-3) = -\frac{4}{3}$ . Vì  $P \neq 0$ , cả hai nghiệm đều khác 0 nên biểu thức xác định.

$A = 2(x_1^2 + x_2^2)/(x_1x_2) = 2(S^2 - 2P)/P$ . Ta có  $S^2 - 2P = \frac{4}{9} + \frac{8}{3} = \frac{28}{9}$ . Do đó  $A = 2 \cdot (\frac{28}{9}) : (-\frac{4}{3}) = -\frac{14}{3}$ .

**Kết luận:**  $A = -\frac{14}{3}$ .

**Lưu ý:** Hệ số  $a = -3$  nên tích hai nghiệm âm. Giữ đúng dấu khi áp dụng Viète.

### Câu 3 (1,5 điểm)

Ba khách hàng Phúc, Bình, An đến quầy thu ngân cùng lúc. Nhân viên lần lượt chọn khách thanh toán trước.

a) Có tất cả bao nhiêu thứ tự thanh toán? Liệt kê các kết quả.

b) Tính xác suất các biến cố: A — Phúc thanh toán cuối cùng; B — An thanh toán trước Bình.

#### HƯỚNG DẪN GIẢI

**Kiến thức cần dùng:** Liệt kê thứ tự; đếm kết quả thuận lợi. Xem các thứ tự thanh toán là đồng khả năng.

#### a) Không gian mẫu

Kí hiệu P: Phúc, B: Bình, A: An. Đọc mỗi bộ từ trái sang phải theo thứ tự thanh toán: PBA, PAB, BPA, BAP, APB, ABP. Có  $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$  kết quả.

#### b) Đếm từng biến cố

Phúc thanh toán cuối ở BAP và ABP: có 2 thứ tự. Do đó  $P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ .

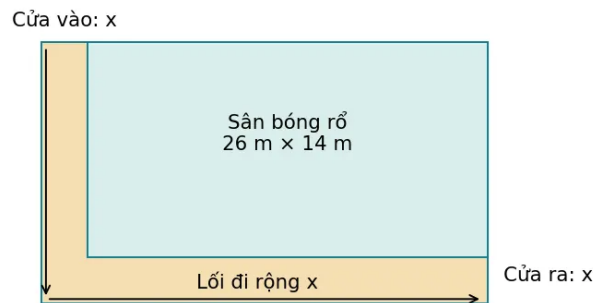
An đứng trước Bình ở PAB, APB, ABP: có 3 thứ tự. Do đó  $P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ .

**Kết luận:**  $P(A) = \frac{1}{3}$ ;  $P(B) = \frac{1}{2}$ .

**Lưu ý:** “An trước Bình” không bắt buộc An đứng đầu hoặc ngay trước Bình; thứ tự APB vẫn thỏa mãn.

## Câu 4 (1 điểm)

Sân bóng rổ hình chữ nhật dài 26 m, rộng 14 m. Một lối đi rộng  $x$  (m) chạy dọc cạnh trái và cạnh dưới sân như hình;  $x$  cũng là bề rộng cửa vào, cửa ra.



Sân  $26\text{ m} \times 14\text{ m}$ , lối đi chữ L rộng  $x$  và hướng đi theo hai cạnh ngoài (hình minh họa).

- Viết biểu thức diện tích lối đi theo  $x$ .
- An đi từ cửa vào đến cửa ra dọc hết hai cạnh ngoài theo mũi tên. Tính quãng đường An đi, biết diện tích lối đi là  $129\text{ m}^2$ .

### HƯỚNG DẪN GIẢI

**Kiến thức cần dùng:** Diện tích hình chữ nhật lớn trừ sân; cộng hai đoạn đường ngoài.

#### a) Diện tích lối đi

Toàn bộ sân và lối đi tạo thành hình chữ nhật kích thước  $(26 + x)$  và  $(14 + x)$ . Vì vậy  $S = (26 + x)(14 + x) - 26 \cdot 14 = x^2 + 40x\text{ (m}^2\text{)}$ , với  $x > 0$ .

#### b) Tìm $x$ rồi tính quãng đường

Từ  $S = 129$ :  $x^2 + 40x - 129 = 0 \Leftrightarrow (x - 3)(x + 43) = 0$ . Nhận  $x = 3\text{ m}$ , loại  $x = -43$  vì độ rộng phải dương.

Đoạn đi xuống ở cạnh ngoài dài  $14 + 3 = 17\text{ m}$ ; đoạn đi ngang ở cạnh ngoài dài  $26 + 3 = 29\text{ m}$ . Tổng quãng đường là  $17 + 29 = 46\text{ m}$ .

**Kết luận: An đi 46 m.**

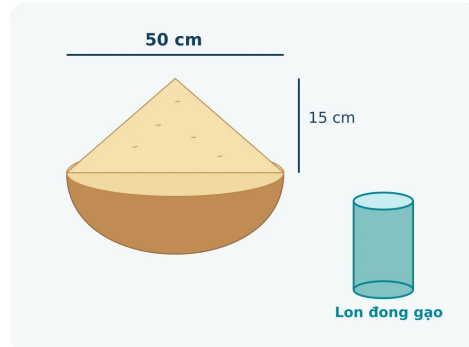
**Lưu ý:** Dùng đúng kích thước 26 m và 14 m của đề. Diện tích lối đi gồm  $26x + 14x + x^2$ ; phần góc  $x^2$  chỉ tính một lần.

## Câu 5 (1 điểm)

Một thúng gạo vụn đầy gồm phần thúng dạng nửa hình cầu đường kính 50 cm và phần gạo vụn lên dạng hình nón cao 15 cm, có đáy trùng miệng thúng.

a) Tính thể tích toàn bộ phần gạo, làm tròn đến hàng phần mười ( $\text{cm}^3$ ).

b) Nhà Dung dùng lon hình trụ bán kính đáy 5 cm, cao 15 cm. Mỗi ngày ăn 5 lon, mỗi lần đong gạo chiếm 90% thể tích lon. Lượng gạo trên đủ ăn nhiều nhất bao nhiêu ngày?



Thúng gạo gồm nửa hình cầu đường kính 50 cm và hình nón cao 15 cm; lon đong có dạng hình trụ. Hình minh họa không theo tỉ lệ.

### HƯỚNG DẪN GIẢI

**Kiến thức cần dùng:** Cộng thể tích nửa hình cầu và hình nón; chia cho lượng gạo dùng mỗi ngày.

#### a) Thể tích gạo

Bán kính chung  $r = \frac{50}{2} = 25$  cm. Nửa hình cầu có thể tích  $V_1 = (\frac{2}{3})\pi \cdot 25^3 = 31\,250\pi/3 \text{ cm}^3$ . Phần nón có  $V_2 = (\frac{1}{3})\pi \cdot 25^2 \cdot 15 = 3125\pi \text{ cm}^3$ .

$V = V_1 + V_2 = 40\,625\pi/3 \approx \mathbf{42\,542,4 \text{ cm}^3}$  (dùng  $\pi$  trên máy tính và làm tròn cuối phép tính).

#### b) Số ngày đủ ăn

Thể tích một lon:  $\pi \cdot 5^2 \cdot 15 = 375\pi \text{ cm}^3$ . Mỗi lần đong có  $90\% \cdot 375\pi = 337,5\pi \text{ cm}^3$  gạo. Mỗi ngày dùng  $5 \cdot 337,5\pi = 1687,5\pi \text{ cm}^3$ .

Số ngày theo tỉ số thể tích:  $(40\,625\pi/3)/(1687,5\pi) \approx 8,02$ . Chỉ tính số ngày đủ khẩu phần nên lấy phần nguyên là 8.

**Kết luận: Ăn đủ nhiều nhất 8 ngày.**

**Lưu ý:** Không làm tròn lên 9 ngày, vì phần gạo còn lại không đủ khẩu phần ngày thứ chín.

## Câu 6 (1 điểm)

Nhân ngày Nhà giáo Việt Nam, lớp 9A chọn  $\frac{1}{4}$  số học sinh nam và  $\frac{1}{3}$  số học sinh nữ tham gia kéo co. Số nam và nữ tham gia bằng nhau; còn lại 20 học sinh cổ động. Tìm số học sinh nam, nữ của lớp.

### HƯỚNG DẪN GIẢI

**Kiến thức cần dùng:** Lập hệ phương trình theo số tham gia và số còn lại.

#### Bước 1 — Đặt ẩn và lập hệ

Gọi  $x, y$  lần lượt là số học sinh nam, nữ;  $x, y$  là số nguyên dương. Số tham gia là  $\frac{x}{4}$  và  $\frac{y}{3}$  nên  $\frac{x}{4} = \frac{y}{3} \Rightarrow 3x = 4y$ . Số cổ động là  $(\frac{3}{4})x + (\frac{2}{3})y = 20$ .

#### Bước 2 — Giải hệ

Từ  $3x = 4y$ , suy ra  $y = \frac{3x}{4}$ . Thay vào phương trình thứ hai:  $\frac{3x}{4} + (\frac{2}{3}) \cdot (\frac{3x}{4}) = 20 \Rightarrow \frac{3x}{4} + \frac{x}{2} = 20 \Rightarrow \frac{5x}{4} = 20 \Rightarrow x = 16$ . Khi đó  $y = 12$ .

#### Bước 3 — Kiểm tra

Số nam kéo co:  $\frac{16}{4} = 4$ ; số nữ kéo co:  $\frac{12}{3} = 4$ . Số cổ động:  $16 + 12 - 4 - 4 = 20$ , đúng đề.

**Kết luận:** Lớp có 16 học sinh nam và 12 học sinh nữ.

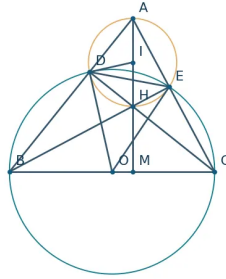
## Câu 7 (3 điểm)

Tam giác ABC có ba góc nhọn,  $AC < AB$ . Ba đường cao AM, BE, CD cắt nhau tại H. Gọi I, O lần lượt là trung điểm AH, BC.

a) Chứng minh ADHE nội tiếp đường tròn tâm I đường kính AH; BCED nội tiếp đường tròn tâm O đường kính BC.

b) Chứng minh ID là tiếp tuyến của đường tròn (O) và tứ giác OMED nội tiếp.

c) Tính diện tích tam giác ABC theo R khi  $\angle ABC = 45^\circ$ ,  $\angle ACB = 60^\circ$  và  $BC = 2R$ .



Ba đường cao AM, BE, CD và hai đường tròn đường kính AH, BC (hình minh họa).

### HƯỚNG DẪN GIẢI

**Kiến thức cần dùng:** Đường tròn đường kính cạnh huyền; tiếp tuyến vuông góc bán kính; tỉ số lượng giác.

#### a) Chứng minh hai tứ giác nội tiếp

$D \in AB$ ,  $HD \perp AB$  nên  $\angle ADH = 90^\circ$ .  $E \in AC$ ,  $HE \perp AC$  nên  $\angle AEH = 90^\circ$ . D và E cùng nằm trên đường tròn đường kính AH, tâm I là trung điểm AH. Do đó ADHE nội tiếp (I).

Vì  $\angle BDC = \angle BEC = 90^\circ$ , D và E cùng nằm trên đường tròn đường kính BC, tâm O là trung điểm BC. Do đó BCED nội tiếp (O).

#### b) Tiếp tuyến ID và tứ giác OMED

##### Bước 1 — Chứng minh $ID \perp OD$ .

$IA = ID$  nên  $\triangle IAD$  cân:  $\angle IDA = \angle IAD$ .

$OB = OD$  nên  $\triangle OBD$  cân:  $\angle ODB = \angle OBD$ .

Vì AI thuộc AM, AD thuộc AB, BO thuộc BC nên  $\angle IAD + \angle OBD = \angle MAB + \angle ABC = 90^\circ$  (tam giác ABM vuông tại M).

Do A, D, B thẳng hàng,  $\angle IDO = 180^\circ - (\angle IDA + \angle ODB) = 90^\circ$ .

D thuộc (O), vì vậy ID là tiếp tuyến của (O) tại D.

##### Bước 2 — Chỉ ra đường tròn chung.

Hai tam giác IDO và IEO bằng nhau theo c.c.c:  $ID = IE$ ,  $OD = OE$ , IO chung.

Suy ra  $\angle IEO = \angle IDO = 90^\circ$ .

Đồng thời  $IM \perp MO$  vì IM nằm trên đường cao AM, MO nằm trên BC.

Vậy D, E, M đều thuộc đường tròn đường kính IO.

Suy ra O, M, E, D cùng thuộc đường tròn này, tức **OMED nội tiếp**.

### c) Tính diện tích bằng đáy và đường cao

Đặt  $AM = h$ . Trong  $\triangle ABM$  vuông tại  $M$ :  $\tan 45^\circ = h/BM \Rightarrow BM = h$ . Trong  $\triangle ACM$  vuông tại  $M$ :  $\tan 60^\circ = h/CM \Rightarrow CM = h/\sqrt{3}$ .

$BC = BM + CM$  nên  $2R = h + h/\sqrt{3}$ . Suy ra  $h = 2R\sqrt{3}/(\sqrt{3} + 1) = R(3 - \sqrt{3})$ .

**Kết luận:**  $S_{ABC} = BC \cdot \frac{AM}{2} = R^2(3 - \sqrt{3})$ .

**Lưu ý:** Muốn kết luận tiếp tuyến, phải nêu cả  $D$  thuộc đường tròn và  $ID$  vuông góc bán kính  $OD$ .

Nguồn đề: Hội đồng Bộ môn Toán TP.HCM. Biên tập lời giải: Gia Sư SV.

Mở bài luyện Đề 04 · Ôn lý thuyết và chọn đề

Người thầy tận tâm, người bạn sẻ chia.

