



ĐỂ THAM KHẢO TP.HCM 2026-2027

Đề 06 · Lời giải chi tiết

7 câu tự luận · 120 phút · 10 điểm

Xanh dương: kiến thức · Xanh lá: kết quả · Vàng nhạt: lưu ý

Nguồn đề: Hội đồng Bộ môn Toán TP.HCM. Biên tập lời giải: Gia Sư SV.

Mở bài luyện Đề 06 · Ôn lý thuyết và chọn đề

Người thầy tận tâm, người bạn sẽ chia.



Câu 1 (1,5 điểm)

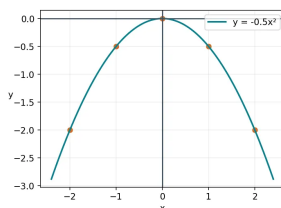
HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng: Parabol hệ số âm; giải phương trình theo tung độ.

a) Bảng giá trị và đồ thị

x	-2	-1	0	1	2
y	-2	-0,5	0	-0,5	-2

Chấm năm điểm trong bảng. Parabol có đỉnh O, trục đối xứng Oy và mở xuống vì hệ số $\frac{-1}{2}$ âm. Các điểm ngoài O đều nằm dưới trục hoành.



Parabol $y = -\frac{x^2}{2}$ mở xuống và đối xứng qua Oy (hình minh họa).

b) Tìm tọa độ điểm A

$$-\frac{x^2}{2} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x^2 = 1$$

Thay $y = -\frac{1}{2}$ vào công thức: $-\frac{x^2}{2} = -\frac{1}{2}$. Nhân cả hai vế với -2 : $x^2 = 1 \Rightarrow x = 1$ hoặc $x = -1$.

Kết luận: $A_1(1; -\frac{1}{2})$ và $A_2(-1; -\frac{1}{2})$.**Lưu ý:** Hệ số âm làm parabol mở xuống; khi giải $x^2 = 1$ vẫn phải lấy cả hai dấu của x.

Câu 2 (1 điểm)

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng: Δ và hệ thức Viète.

a) Chứng minh có hai nghiệm phân biệt

$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-5) = 64 > 0$, nên phương trình có hai nghiệm phân biệt.

b) Tính M qua tổng và tích nghiệm

$$S = x_1 + x_2 = \frac{2}{3}, \quad P = x_1 x_2 = -\frac{5}{3}$$

Theo Viète: $S = x_1 + x_2 = \frac{2}{3}$; $P = x_1 x_2 = -\frac{5}{3}$. Ta có $M = x_1^2 + x_2^2 - (x_1 + x_2) = S^2 - 2P - S$.

Thay số: $M = \frac{4}{9} - 2 \cdot \left(-\frac{5}{3}\right) - \frac{2}{3} = \frac{28}{9}$.

Kết luận: $M = \frac{28}{9}$.

Lưu ý: Khai triển $x(x - 1) = x^2 - x$, rồi mới nhóm theo tổng và tích hai nghiệm.

Câu 3 (1,5 điểm)

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng: Phân loại theo số chữ cái; đếm số thẻ, không đếm số loại tên.

a) Các tên có không quá ba chữ cái

PHỐ có 3 chữ cái, HỒ có 2, CHÍ có 3 nên đều là tên ngắn. THÀNH có 5, MINH có 4 nên không phải tên ngắn. Số thẻ tên ngắn: $4 + 7 + 2 = 13$ thẻ.

b) Xác suất rút thẻ không phải tên ngắn

$$P(A) = \frac{\text{số thẻ thuận lợi}}{\text{tổng số thẻ}} = \frac{10}{23}$$

Tổng số thẻ: $5 + 4 + 7 + 2 + 5 = 23$. Các thẻ thuận lợi ghi THÀNH hoặc MINH: $5 + 5 = 10$ thẻ. Mỗi thẻ có khả năng được rút như nhau, nên $P(A) = \frac{10}{23}$.

Kết luận: 13 thẻ tên ngắn; $P(A) = \frac{10}{23}$.

Lưu ý: Dấu thanh không tính thành chữ cái riêng. Không dùng $\frac{2}{5}$ vì năm loại tên có số thẻ khác nhau.

Câu 4 (1 điểm)

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng: Tính riêng diện tích đất và diện tích trồng; lấy hiệu để được lối đi.

a) Tổng diện tích trồng rau

$$S = 34x + 34(x - 15) = 68x - 510$$

Điều kiện $x > 15$ để vườn thứ hai có chiều dài dương. Mỗi vườn rộng $35 - 0,5 - 0,5 = 34$ m. Hai chiều dài là x và $x - 15$.

$$S = 34x + 34(x - 15) = \mathbf{68x - 510 \text{ (m}^2\text{)}}.$$

b) Tìm x từ diện tích lối đi

Chiều dài toàn khu đất: $0,5 + x + 1,5 + (x - 15) + 0,5 = 2x - 12,5$. Diện tích đất: $35(2x - 12,5) = 70x - 437,5$.

Theo đề: $(70x - 437,5) - (68x - 510) = 162,5 \Rightarrow 2x + 72,5 = 162,5 \Rightarrow x = 45$ m, thỏa $x > 15$.

Vườn 1: $34 \cdot 45 = 1530 \text{ m}^2$. Vườn 2: $34 \cdot (45 - 15) = 1020 \text{ m}^2$. Tổng: $1530 + 1020 = 2550 \text{ m}^2$. Kiểm tra diện tích đất: $35 \cdot 77,5 = 2712,5$; hiệu $2712,5 - 2550 = 162,5 \text{ m}^2$.

Kết luận: Vườn 1: 1530 m²; vườn 2: 1020 m²; tổng: 2550 m².

Câu 5 (1 điểm)

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng: Thể tích hình trụ và hình cầu; thể tích nước không đổi khi thả vật không thấm nước; thời gian = thể tích cần bơm / lưu lượng.

a) Tính lượng nước đã đổ

Bán kính bồn $r = \frac{1,4}{2} = 0,7$ m. Chiều cao nước trước khi thả phao $h = \frac{3,25}{2} = 1,625$ m. Vậy $V_{\text{nước}} = \pi \cdot 0,7^2 \cdot 1,625 = 0,79625\pi \approx 2,5015 \text{ m}^3$.

Thả phao vào làm mực nước dâng lên, nhưng không làm mất lượng nước đã đổ và nước chưa tràn. Vì vậy thể tích nước vẫn là **2,5 m³** sau khi làm tròn.

b) Tính phần thể tích còn trống và thời gian

$$t = \frac{V_{\text{bồn}} - V_{\text{nước}} - V_{\text{phao}}}{\text{lưu lượng}}$$

Đổi bán kính phao: 30 cm = 0,3 m. Thể tích phao $V_{\text{phao}} = \left(\frac{4}{3}\right)\pi \cdot 0,3^3 = 0,036\pi \text{ m}^3$. Dung tích bồn $V_{\text{bồn}} = \pi \cdot 0,7^2 \cdot 3,25 = 1,5925\pi \text{ m}^3$.

Thể tích cần bơm thêm $= V_{\text{bồn}} - V_{\text{nước}} - V_{\text{phao}} = (1,5925 - 0,79625 - 0,036)\pi = 0,76025\pi \approx 2,3884 \text{ m}^3$.

Thời gian: $t = \frac{0,76025\pi}{0,0024} \approx 995,16$ giây. Đổi sang phút: $\frac{995,16}{60} \approx 16,59$ phút. Làm tròn đến hàng đơn vị: 17 phút.

Kết luận: a) 2,5 m³ nước; b) khoảng 17 phút.

Lưu ý: Để nói đổ nước đến nửa bồn rồi mới thả phao. Không trừ thể tích phao khỏi lượng nước ở câu a. Cách tính ra 2,4 m³ chỉ phù hợp nếu mực nước sau khi có phao mới bằng nửa bồn; đó không phải trình tự của đề này. Giữ giá trị chưa làm tròn khi tính câu b.

Câu 6 (1 điểm)

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng: Lập phương trình tiền công; 150% tương ứng hệ số 1,5.

Bước 1 — Tính tiền công làm thêm

Mỗi giờ làm thêm được trả $38\,000 \cdot 150\% = 57\,000$ đồng.

Bước 2 — Lập và giải phương trình

$$38\,000(212 - x) + 57\,000x = 8\,436\,000$$

Gọi x là số giờ làm thêm, $0 \leq x \leq 212$. Số giờ định mức là $212 - x$. Theo tổng tiền lương: $38\,000(212 - x) + 57\,000x = 8\,436\,000$.

Khai triển: $8\,056\,000 + 19\,000x = 8\,436\,000 \Rightarrow 19\,000x = 380\,000 \Rightarrow x = 20$ (giờ).

Bước 3 — Kiểm tra

Giờ định mức: $212 - 20 = 192$. Tiền công: $192 \cdot 38\,000 + 20 \cdot 57\,000 = 7\,296\,000 + 1\,140\,000 = 8\,436\,000$ đồng, đúng đề.

Kết luận: Anh Bình làm thêm 20 giờ.

Lưu ý: Được trả 150% nghĩa là tổng công 1,5 lần mức thường; không phải cộng thêm 150% để thành 2,5 lần.

Câu 7 (3 điểm)

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng: Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn; góc cùng chắn một cung; tam giác đồng dạng; diện tích quạt tròn và tam giác đều.

a) Đường tròn qua A, B, D, E và hai đường thẳng song song

Bước 1.

Vì $AD \perp BC$, $D \in BC$ nên $\angle ADB = 90^\circ$. Vì $BE \perp AC$, $E \in AC$ nên $\angle AEB = 90^\circ$. Do đó D và E đều thuộc đường tròn đường kính AB. Suy ra A, B, D, E cùng thuộc một đường tròn; tâm I là trung điểm AB, bán kính bằng $\frac{AB}{2}$.

Bước 2.

Trên đường tròn (I), $\angle EDA = \angle EBA$ vì cùng chắn cung EA.

Do B, E, M thẳng hàng, $\angle EBA = \angle MBA$.

Trên đường tròn (O), $\angle MBA = \angle MNA$ vì cùng chắn cung MA.

Vậy $\angle EDA = \angle MNA$.

Hai góc này tạo bởi DE, NM với đường thẳng AD (cũng là AN), ở vị trí đồng vị; suy ra **DE $\parallel$ MN**.

b) Hình bình hành và ba điểm thẳng hàng

Vì CK là đường kính của (O), $\angle CAK = \angle CBK = 90^\circ$. Suy ra $AK \perp AC$ và $BK \perp BC$. Mặt khác $BH \perp AC$, $AH \perp BC$ nên $AK \parallel BH$, $BK \parallel AH$. Tứ giác AKBH có hai cặp cạnh đối song song nên là hình bình hành.

Hai đường chéo của hình bình hành AKBH là AB và KH; chúng cắt nhau tại trung điểm mỗi đường. I đã là trung điểm AB, nên I cũng là trung điểm KH. Vì vậy **H, I, K thẳng hàng**.

c) Độ dài DE và diện tích hình viên phân

$$S_{\text{viên phân}} = S_{\text{quạt}} - S_{\triangle IDE}$$

Bước 1 — Tính DE theo AB.

Tam giác CDE và CAB có góc C chung.

Do A, E, D, B cùng thuộc đường tròn và C, E, A thẳng hàng, $\angle CED = \angle CBA$ (góc ngoài bằng góc trong đối diện).

Suy ra $\triangle CDE \sim \triangle CAB$, với $C \leftrightarrow C$, $D \leftrightarrow A$, $E \leftrightarrow B$.

Bởi vậy $\frac{DE}{AB} = \frac{CD}{CA}$.

Trong tam giác ACD vuông tại D, $\frac{CD}{CA} = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$.

Vậy **DE = $\frac{AB}{2}$** .

Bước 2 — Đổi bán kính của (I) về R.

Kẻ thêm đường kính AQ của (O). Tam giác ABQ vuông tại B, $AQ = 2R$ và $\angle AQB = \angle ACB = 60^\circ$ (cùng chắn cung AB). Do đó $AB = 2R \sin 60^\circ = R\sqrt{3}$. Đặt r là bán kính của (I), ta được $r = \frac{AB}{2} = R\sqrt{3}/2$.

Bước 3 — Lấy diện tích quạt trừ diện tích tam giác.

ID = IE = r và $DE = \frac{AB}{2} = r$ nên $\triangle IDE$ đều, $\angle DIE = 60^\circ$. Quạt tròn nhỏ IDE có diện tích $\pi r^2 \times \frac{60}{360} = \pi R^2/8$.

Tam giác đều IDE có diện tích $r^2\sqrt{3}/4 = 3\sqrt{3}R^2/16$.

$$\text{Kết luận: } S_{\text{viên phân}} = \frac{\pi R^2}{8} - \frac{3\sqrt{3}R^2}{16} = \frac{(2\pi - 3\sqrt{3})R^2}{16}.$$

Lưu ý: R là bán kính đường tròn ngoại tiếp ABC; bán kính đường tròn (I) là $R\sqrt{3}/2$. Hình viên phân bằng quạt tròn nhỏ trừ tam giác IDE, không phải diện tích cả quạt.