



ĐỀ THAM KHẢO TP.HCM 2026-2027

Đề 07 · Đề và lời giải từng bước

7 câu tự luận · 120 phút · 10 điểm

Xanh dương: kiến thức · Xanh lá: kết quả · Vàng nhạt: lưu ý

Câu 1 (1,5 điểm)

Cho parabol (P): $y = -\frac{x^2}{2}$.

a) Vẽ đồ thị (P) trên hệ trục tọa độ Oxy.

b) Tìm tọa độ điểm D thuộc (P), khác gốc tọa độ O, có tung độ gấp đôi hoành độ.

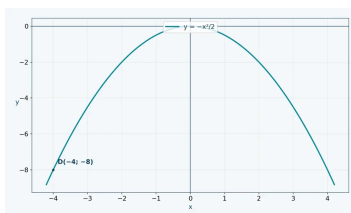
HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Đồ thị $y = ax^2$ có đỉnh O, trục đối xứng Oy. Tung độ gấp đôi hoành độ nghĩa là $y = 2x$.

a) Lập bảng và vẽ đồ thị

x	-4	-2	0	2	4
y	-8	-2	0	-2	-8

Chấm các điểm trong bảng rồi nối bằng một đường cong trơn, đối xứng qua Oy. Vì $a = -1/2 < 0$ nên parabol mở xuống.

Parabol $y = -\frac{x^2}{2}$ và điểm $D(-4; -8)$.

b) Kết hợp hai điều kiện của điểm D

Vì D thuộc (P) và $y = 2x$ nên $-\frac{x^2}{2} = 2x$.Nhân hai vế với -2: $x^2 + 4x = 0 \Leftrightarrow x(x + 4) = 0$.Suy ra $x = 0$ hoặc $x = -4$. Loại $x = 0$ vì khi đó D trùng O. Với $x = -4$, ta có $y = -8$.**Kết quả.** $D(-4; -8)$.**Lưu ý.** Không đổi nhầm “tung độ gấp đôi hoành độ” thành $x = 2y$; phải loại điểm O theo yêu cầu đề.

Câu 2 (1 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 4x - 2 = 0$.

a) Chứng minh phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

b) Không giải phương trình, tính $A = \frac{x_1^2}{x_2} + \frac{x_2^2}{x_1}$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Với $ax^2 + bx + c = 0$: $x_1 + x_2 = -b/a$, $x_1x_2 = c/a$. Tổng lập phương: $u^3 + v^3 = (u + v)^3 - 3uv(u + v)$.

a) Xét biệt thức

$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 24 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt.

b) Quy đồng rồi dùng Viète

Đặt $S = x_1 + x_2 = 4$ và $P = x_1x_2 = -2$. Vì $P \neq 0$ nên cả hai nghiệm đều khác 0; biểu thức A xác định.

$$A = (x_1^3 + x_2^3)/(x_1x_2) = (S^3 - 3PS)/P.$$

$$\text{Thay số: } A = [4^3 - 3 \cdot (-2) \cdot 4]/(-2) = 88/(-2) = -44.$$

Kết quả. $A = -44$.

Lưu ý. Quy đồng $\frac{x_1^2}{x_2}$ phải nhân thêm x_1 ở tử, vì vậy xuất hiện x_1^3 , không phải x_1^2 .

Nguồn đề: Hội đồng Bộ môn Toán TP.HCM. Biên tập lời giải: Gia Sư SV.

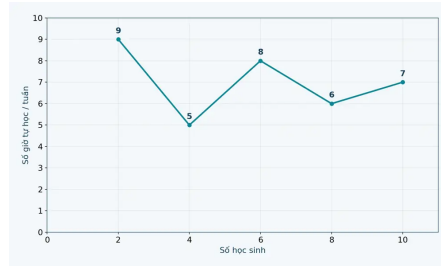
Mở bài luyện Đề 07 · Ôn lý thuyết và chọn đề

Người thầy tận tâm, người bạn sẻ chia.



Câu 3 (1,5 điểm)

Khảo sát số giờ tự học tại nhà trong một tuần của một nhóm học sinh trong lớp. Kết quả được biểu diễn bằng biểu đồ đoạn thẳng dưới đây.



Biểu đồ: trục ngang là số học sinh, trục đứng là số giờ tự học trong tuần.

Số học sinh	2	4	6	8	10
Số giờ tự học/tuần	9	5	8	6	7

- a) Tính số giờ tự học trung bình trong tuần của nhóm học sinh.
Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong nhóm. Tính xác suất của các biến cố:
- b) M: “Học sinh được chọn có số giờ tự học trong tuần từ 8 giờ trở lên”.
- c) N: “Học sinh được chọn có số giờ tự học trong tuần dưới 7 giờ”.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Trung bình = tổng (giá trị $\times$ số lần xuất hiện) / tổng số học sinh. Xác suất = số trường hợp thuận lợi / tổng số trường hợp đồng khả năng.

a) Đếm học sinh và tính tổng số giờ

Có 2 học sinh học 9 giờ; 4 học sinh học 5 giờ; 6 học sinh học 8 giờ; 8 học sinh học 6 giờ; 10 học sinh học 7 giờ.

Tổng số học sinh: $n = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 = 30$.

Tổng số giờ: $2 \cdot 9 + 4 \cdot 5 + 6 \cdot 8 + 8 \cdot 6 + 10 \cdot 7 = 204$ (giờ).

Số giờ tự học trung bình: $204/30 = 6,8$ (giờ/tuần).

b) Từ 8 giờ trở lên

Các mức thỏa mãn là 8 giờ và 9 giờ, có $6 + 2 = 8$ học sinh. Vì chọn ngẫu nhiên một trong 30 học sinh nên $P(M) = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$.

c) Dưới 7 giờ

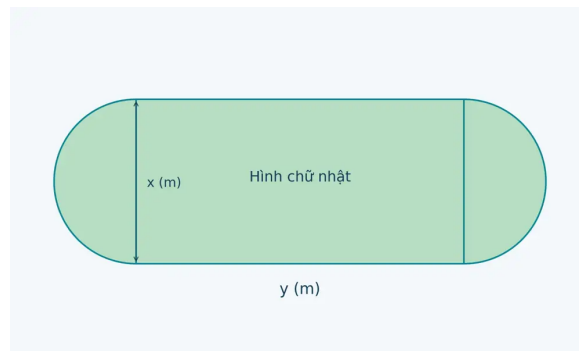
Các mức thỏa mãn là 5 giờ và 6 giờ, có $4 + 8 = 12$ học sinh. Do đó $P(N) = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$.

Kết quả. Trung bình 6,8 giờ/tuần; $P(M) = \frac{4}{15}$; $P(N) = \frac{2}{5}$.

Lưu ý. Đọc đúng tên trục: trục ngang là số học sinh, không phải số giờ. “Dưới 7” không bao gồm mức 7 giờ.

Câu 4 (1 điểm)

Một sân vận động gồm phần hình chữ nhật có chiều rộng x (m), chiều dài y (m) và hai nửa hình tròn ở hai đầu, mỗi nửa hình tròn có đường kính x .



Sân vận động gồm hình chữ nhật $x \times y$ và hai nửa hình tròn đường kính x .

- a) Viết biểu thức tính chu vi sân vận động theo x , y .
b) Biết $y = 1,5x$, chu vi sân là 314,16 m. Tính chi phí trồng cỏ toàn bộ sân, biết giá trồng cỏ là 250 000 đồng/m². Lấy $\pi = 3,14$; làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Hai nửa hình tròn ghép thành một hình tròn bán kính $x/2$. Chu vi chỉ gồm đường bao ngoài.

a) Tính đường bao ngoài

Hai đoạn thẳng dài tổng cộng $2y$; hai cung nửa tròn dài tổng cộng πx . Vậy $P = 2y + \pi x$ (m).

b) Tìm kích thước rồi tính diện tích

Thay $y = 1,5x$ và $\pi = 3,14$: $314,16 = 3x + 3,14x = 6,14x$.

Suy ra $x = 314,16/6,14 \approx 51,17$ (m); $y = 1,5x \approx 76,75$ (m).

Diện tích sân: $S = xy + \pi(x/2)^2 = (1,5 + 3,14/4)x^2 = 2,285x^2$.

Giữ nguyên $x = 314,16/6,14$ khi tính: $S = 2,285 \cdot (314,16/6,14)^2 \approx 5\,982,07$ (m²).

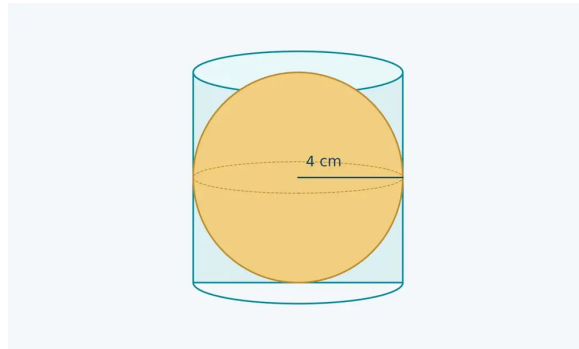
Chi phí: $T = 250\,000 \cdot 2,285 \cdot (314,16/6,14)^2 \approx 1\,495\,516\,632,11$ (đồng).

Kết quả. $P = 2y + \pi x$; chi phí khoảng 1 495 516 632,11 đồng.

Lưu ý. Các cạnh rộng x nằm bên trong sân nên không cộng vào chu vi. Không dùng x , y hoặc diện tích đã làm tròn để tính tiếp.

Câu 5 (1 điểm)

Một quả nến hình cầu bán kính 4 cm được đặt vừa khít trong một hộp hình trụ trong suốt như hình vẽ.



Quả cầu bán kính 4 cm vừa khít trong hộp hình trụ.

- a) Tính thể tích hộp hình trụ và thể tích quả nến hình cầu (làm tròn đến hàng phần trăm).
b) Phần trống trong hộp được đổ đầy sáp màu. Giá sáp là 15 000 đồng cho 100 cm^3 . Tính số tiền mua sáp để làm 500 hộp như vậy. Lấy $\pi = 3,14$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Thể tích trụ $V = \pi r^2 h$; thể tích cầu $V = \frac{4\pi R^3}{3}$. Cầu vừa khít trụ nên $r = R$ và $h = 2R$.

a) Xác định kích thước và thể tích

Bán kính đáy trụ $r = 4 \text{ cm}$; chiều cao $h = 2 \cdot 4 = 8 \text{ cm}$.

$$V_{\text{trụ}} = 3,14 \cdot 4^2 \cdot 8 = 401,92 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

$$V_{\text{cầu}} = 4 \cdot 3,14 \cdot 4^3 / 3 = 267,946666... \approx 267,95 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

b) Tính phần sáp màu và số tiền

$$\text{Thể tích sáp trong một hộp: } V_{\text{sáp}} = 128\pi - \frac{256\pi}{3} = \frac{128\pi}{3} \text{ (cm}^3\text{)}.$$

$$\text{Giá một cm}^3 \text{ sáp: } \frac{15000}{100} = 150 \text{ (đồng)}.$$

$$\text{Số tiền cho 500 hộp: } T = 500 \cdot 150 \cdot (128 \cdot 3,14 / 3) = 10\,048\,000 \text{ (đồng)}.$$

Kết quả. $V_{\text{trụ}} = 401,92 \text{ cm}^3$; $V_{\text{cầu}} \approx 267,95 \text{ cm}^3$; tiền sáp cho 500 hộp: 10 048 000 đồng.

Lưu ý. Ở câu b, dùng thể tích chưa làm tròn. Trừ $401,92 - 267,95$ rồi nhân cho 500 hộp sẽ làm lệch tổng tiền.

Câu 6 (1 điểm)

Hai xe máy cùng xuất phát từ A đến B vào một thời điểm. Vận tốc ban đầu của xe thứ nhất bằng 1,2 lần vận tốc xe thứ hai. Sau 30 phút, xe thứ nhất giảm vận tốc xuống còn một nửa vận tốc xe thứ hai. Hai xe đến B cùng lúc. Biết vận tốc của mỗi xe không đổi trong từng giai đoạn. Tính thời gian xe thứ hai đi từ A đến B (phút).

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Quãng đường = vận tốc × thời gian. Hai xe cùng đi A đến B nên tổng quãng đường bằng nhau.

Bước 1. Đặt ẩn và đổi đơn vị

Gọi $v > 0$ (km/h) là vận tốc xe thứ hai; $t > 0,5$ (giờ) là thời gian đi hết quãng đường. Đổi 30 phút = 0,5 giờ.

Bước 2. Viết quãng đường từng xe

Xe / giai đoạn	Vận tốc (km/h)	Thời gian (h)	Quãng đường (km)
Xe thứ hai	v	t	vt
Xe thứ nhất: đầu	$1,2v$	$0,5$	$0,6v$
Xe thứ nhất: sau	$0,5v$	$t - 0,5$	$0,5v(t - 0,5)$

Ta có $vt = 0,6v + 0,5v(t - 0,5)$. Chia hai vế cho $v > 0$: $t = 0,6 + 0,5t - 0,25$.

Bước 3. Giải và kiểm tra

$0,5t = 0,35 \Rightarrow t = 0,7$ giờ = 42 phút. Điều kiện $t > 0,5$ được thỏa mãn.

Kiểm tra: xe thứ nhất đi nhanh 30 phút và đi chậm 12 phút; quãng đường là $0,6v + 0,1v = 0,7v$, bằng xe thứ hai.

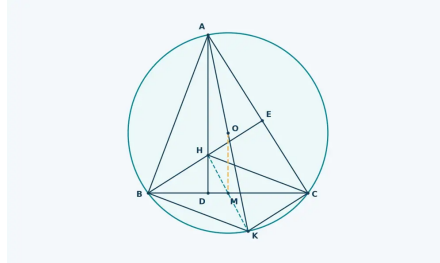
Kết quả. Xe thứ hai đi từ A đến B hết 42 phút.

Lưu ý. Xe thứ nhất giảm xuống một nửa vận tốc của xe thứ hai, không phải một nửa vận tốc ban đầu của chính nó.

Câu 7 (3 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O ; 5 cm). Hai đường cao AD và BE cắt nhau tại H. Vẽ đường kính AK.

- Chứng minh $AC \perp KC$ và $\triangle ABD \sim \triangle AKC$.
- Chứng minh bốn điểm C, D, H, E cùng thuộc một đường tròn và $AH \cdot AD = AE \cdot AC$.
- Biết $BC = 8$ cm. Tính AH.



Tam giác ABC nhọn, trực tâm H, đường kính AK và M là trung điểm BC; hình minh họa.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn bằng 90° . Hai góc nội tiếp cùng chắn một cung thì bằng nhau. Đường trung bình tam giác bằng nửa cạnh thứ ba.

a) Góc vuông và hai tam giác đồng dạng

Vì AK là đường kính nên $\angle ACK = 90^\circ$, suy ra $AC \perp KC$.

$AD \perp BC$ nên $\angle ADB = \angle ACK = 90^\circ$. Do D thuộc BC, $\angle ABD = \angle ABC = \angle AKC$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AC).

Vậy $\triangle ABD \sim \triangle AKC$ theo trường hợp góc – góc, với $A \leftrightarrow A, B \leftrightarrow K, D \leftrightarrow C$.

b) Tứ giác nội tiếp và tích đoạn thẳng

Vì $HD \perp DC$ và $HE \perp EC$ nên $\angle CDH = \angle CEH = 90^\circ$. Hai điểm D, E cùng nhìn đoạn CH dưới góc vuông, do đó C, D, H, E cùng thuộc đường tròn đường kính CH.

Xét $\triangle AHE$ và $\triangle ADC$: $\angle AEH = \angle ADC = 90^\circ$; $\angle HAE = \angle CAD$ vì AH nằm trên AD và AE nằm trên AC.

Suy ra $\triangle AHE \sim \triangle ADC$. Do đó $\frac{AH}{AC} = \frac{AE}{AD} \Rightarrow AH \cdot AD = AE \cdot AC$.

c) Dùng trung điểm để tìm AH

Gọi M là trung điểm BC. Khi đó $OM \perp BC$ và $MC = BC/2 = 4$ cm. Trong tam giác vuông OMC: $OM = \sqrt{OC^2 - MC^2} = \sqrt{25 - 16} = 3$ cm.

H là trực tâm nên $CH \perp AB$ và $BH \perp AC$. Vì AK là đường kính nên $BK \perp AB$ và $CK \perp AC$. Vì vậy $CH \parallel BK$ và $BH \parallel CK$; tứ giác BHCK là hình bình hành.

Hai đường chéo BC và HK của hình bình hành cắt nhau tại trung điểm mỗi đường. M đã là trung điểm BC nên cũng là trung điểm HK.

Trong tam giác AHK, O là trung điểm AK và M là trung điểm HK. Suy ra OM là đường trung bình: $OM = AH/2$. Vậy $AH = 2 \cdot 3 = 6$ cm.

Kết quả. $AC \perp KC$; $\triangle ABD \sim \triangle AKC$; CDHE nội tiếp; $AH \cdot AD = AE \cdot AC$; $AH = 6$ cm.

Lưu ý. Muốn dùng $OM = AH/2$, phải chứng minh M là trung điểm HK; không được chỉ dựa vào hình vẽ.