



ĐỀ THAM KHẢO TP.HCM 2026-2027

Đề 08 · Đề và lời giải từng bước

7 câu tự luận · 120 phút · 10 điểm

Xanh dương: kiến thức · Xanh lá: kết quả · Vàng nhạt: lưu ý

Câu 1 (1,5 điểm)

Cho parabol (P): $y = \frac{x^2}{2}$.

- a) Vẽ đồ thị (P) trên hệ trục tọa độ Oxy.
b) Tìm tọa độ các điểm thuộc (P) có tung độ bằng 4.

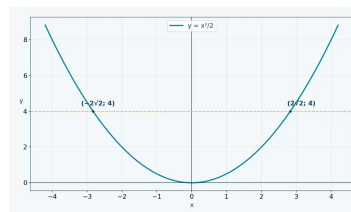
HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Với $y = ax^2$ và $a > 0$, parabol mở lên, đỉnh O, trục đối xứng Oy.

a) Lập bảng giá trị

x	-4	-2	0	2	4
y	8	2	0	2	8

Chấm các điểm trong bảng và nối thành đường cong trơn đối xứng qua Oy.

Parabol $y = \frac{x^2}{2}$ cắt đường thẳng $y = 4$ tại hai điểm đối xứng qua Oy.

b) Thay tung độ vào công thức

Tung độ bằng 4 nghĩa là $y = 4$. Khi đó $\frac{x^2}{2} = 4 \Leftrightarrow x^2 = 8 \Leftrightarrow x = \pm 2\sqrt{2}$.Vậy hai điểm cần tìm là $(-2\sqrt{2}; 4)$ và $(2\sqrt{2}; 4)$.**Kết quả.** $(-2\sqrt{2}; 4)$ và $(2\sqrt{2}; 4)$.**Lưu ý.** Phương trình $x^2 = 8$ có hai nghiệm trái dấu; không bỏ sót nghiệm âm.

Câu 2 (1 điểm)

Cho phương trình $3x^2 + 2x - 3 = 0$.

- a) Chứng minh phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .
- b) Không giải phương trình, tính $M = (x_1 - 2x_2)(x_2 - x_1) + x_2^2$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Viète: $S = x_1 + x_2 = -b/a$; $P = x_1x_2 = c/a$. Dùng $x_1^2 + x_2^2 = S^2 - 2P$.

a) Chứng minh có hai nghiệm phân biệt

$\Delta = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-3) = 40 > 0$. Vì vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

b) Rút gọn trước, thay Viète sau

Khai triển: $M = x_1x_2 - x_1^2 - 2x_2^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 = 3x_1x_2 - x_1^2 - x_2^2$.

Theo Viète: $S = -\frac{2}{3}$, $P = -1$. Suy ra $M = 3P - (S^2 - 2P) = 5P - S^2$.

$M = 5 \cdot (-1) - \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = -5 - \frac{4}{9} = -\frac{49}{9}$.

Kết quả. $M = -\frac{49}{9}$.

Lưu ý. Phân phối dấu trừ cẩn thận: $-2x_2 \cdot (-x_1) = +2x_1x_2$. Nên thu gọn biểu thức trước khi thế số.

Nguồn đề: Hội đồng Bộ môn Toán TP.HCM. Biên tập lời giải: Gia Sư SV.

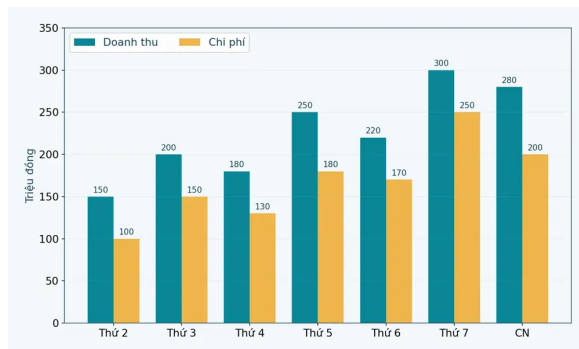
Mở bài luyện Đề 08 · Ôn lý thuyết và chọn đề

Người thầy tận tâm, người bạn sẻ chia.



Câu 3 (1,5 điểm)

Biểu đồ cột kép thể hiện doanh thu và chi phí của một cửa hàng trong một tuần (đơn vị: triệu đồng).



Doanh thu và chi phí theo bảy ngày trong tuần, đơn vị triệu đồng.

Ngày	Thứ 2	Thứ 3	Thứ 4	Thứ 5	Thứ 6	Thứ 7	CN
Doanh thu	150	200	180	250	220	300	280
Chi phí	100	150	130	180	170	250	200

- a) Ngày nào cửa hàng có lợi nhuận cao nhất?
b) Chọn ngẫu nhiên một ngày trong tuần. Tính xác suất của các biến cố A: “Ngày được chọn có doanh thu trên 200 triệu đồng”; B: “Ngày được chọn có lợi nhuận trên 50 triệu đồng”.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Lợi nhuận = doanh thu – chi phí. Bảy ngày được chọn với khả năng như nhau nên mẫu số xác suất là 7.

a) Tính lợi nhuận từng ngày

Ngày	Thứ 2	Thứ 3	Thứ 4	Thứ 5	Thứ 6	Thứ 7	CN
Lợi nhuận	50	50	50	70	50	50	80

Lợi nhuận lớn nhất là 80 triệu đồng vào Chủ nhật.

b) Đếm đúng các ngày thỏa điều kiện

Doanh thu trên 200 triệu đồng ở Thứ 5, Thứ 6, Thứ 7 và Chủ nhật: 4 ngày. Vì vậy $P(A) = \frac{4}{7}$.

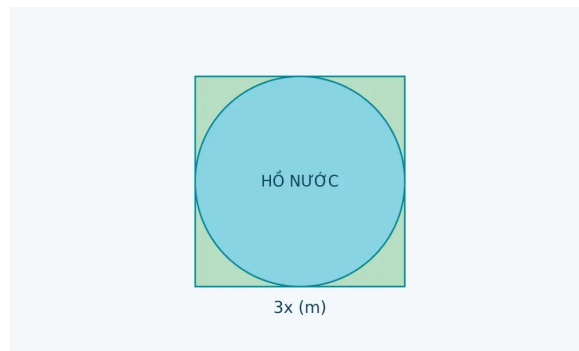
Lợi nhuận trên 50 triệu đồng ở Thứ 5 và Chủ nhật: 2 ngày. Vì vậy $P(B) = \frac{2}{7}$.

Kết quả. Chủ nhật có lợi nhuận cao nhất: 80 triệu đồng; $P(A) = \frac{4}{7}$; $P(B) = \frac{2}{7}$.

Lưu ý. “Trên” là lớn hơn nghiêm ngặt. Thứ 3 có doanh thu đúng 200 và các ngày lãi đúng 50 không được tính.

Câu 4 (1 điểm)

Ông Năm có mảnh vườn hình vuông cạnh $3x$ (m), $x > 0$. Ông làm một hồ tròn nội tiếp hình vuông và trồng cỏ phần đất còn lại.



Hồ tròn nội tiếp mảnh vườn hình vuông cạnh $3x$ mét.

- a) Viết biểu thức tính diện tích hồ theo x .
- b) Khi mua cỏ cần tính thêm 10% hao hụt trên diện tích cỏ thực tế cần trồng. Giá cỏ là 50 000 đồng/m² và tổng tiền mua cỏ là 425 700 đồng. Tính diện tích mảnh vườn ban đầu. Lấy $\pi = 3,14$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Đường kính hồ bằng cạnh vườn. Lượng cỏ mua = 110% diện tích cần trồng vì hao hụt tính trên diện tích thực tế cần trồng.

a) Tính bán kính và diện tích hồ

Bán kính hồ $r = \frac{3x}{2}$. Diện tích hồ: $S_{\text{hồ}} = \pi \left(\frac{3x}{2}\right)^2 = \frac{9\pi x^2}{4}$ (m²).

b) Đi ngược từ tiền mua cỏ

Diện tích cỏ đã mua: $S_{\text{mua}} = \frac{425700}{50000} = 8,514$ (m²).

Gọi $S_{\text{cỏ}}$ là diện tích đất thực tế trồng cỏ. Ta có $1,1S_{\text{cỏ}} = 8,514 \Rightarrow S_{\text{cỏ}} = 7,74$ (m²).

Mặt khác $S_{\text{cỏ}} = (3x)^2 - \frac{9 \cdot 3,14 x^2}{4} = 1,935x^2$.

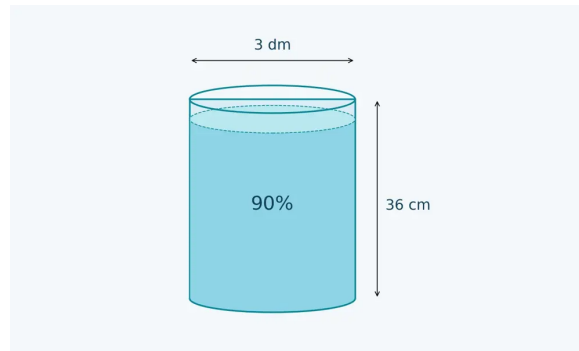
Do đó $1,935x^2 = 7,74 \Rightarrow x^2 = 4$. Vì $x > 0$ nên $x = 2$. Cạnh vườn là $3x = 6$ m; diện tích vườn là $6^2 = 36$ m².

Kết quả. $S_{\text{hồ}} = \frac{9\pi x^2}{4}$ m²; diện tích vườn ban đầu là 36 m².

Lưu ý. Không lấy 90% diện tích cỏ mua. Để cho hao hụt bằng 10% diện tích cần trồng, nên phải chia diện tích mua cho 1,1.

Câu 5 (1 điểm)

Một chiếc xô bằng tôn có dạng hình trụ, chiều cao 36 cm, đường kính đáy 3 dm.



Xô hình trụ cao 36 cm, đường kính đáy 3 dm; mỗi lần xách chứa 90% thể tích xô.

a) Tính thể tích của xô. Biết công thức thể tích hình trụ $V = \pi R^2 h$, trong đó R là bán kính đáy và h là chiều cao.

b) Dùng xô này xách 40 lần nước đổ vào một bể rồng có dung tích 1 m^3 . Mỗi lần xách, lượng nước bằng 90% thể tích xô. Hỏi bể đã đầy chưa?

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Đổi cùng đơn vị trước khi tính: $1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}$, $1 \text{ m}^3 = 1\,000\,000 \text{ cm}^3$, $1 \text{ lít} = 1\,000 \text{ cm}^3$.

a) Đổi đơn vị và tính thể tích

Đường kính $3 \text{ dm} = 30 \text{ cm}$, nên bán kính $R = 15 \text{ cm}$; $h = 36 \text{ cm}$.

$$V_{\text{xô}} = \pi \cdot 15^2 \cdot 36 = 8\,100\pi \text{ (cm}^3\text{)} = 8,1\pi \text{ (lít)} \approx 25,45 \text{ lít.}$$

b) Tính lượng nước thực tế sau 40 lần

Mỗi lần xách có $0,9 \cdot 8\,100\pi = 7\,290\pi \text{ cm}^3$ nước.

$$\text{Sau 40 lần: } V_{\text{nước}} = 40 \cdot 7\,290\pi = 291\,600\pi \text{ cm}^3 = 0,2916\pi \text{ m}^3 \approx 0,91609 \text{ m}^3.$$

Vì $0,91609 \text{ m}^3 < 1 \text{ m}^3$ nên bể chưa đầy. Lượng nước khoảng 916,09 lít, còn thiếu khoảng 83,91 lít.

Kết quả. $V_{\text{xô}} = 8\,100\pi \text{ cm}^3$; sau 40 lần bể chưa đầy (khoảng 916,09 lít nước).

Lưu ý. 3 dm là đường kính, không phải bán kính. Giữ π trong phép tính đến bước cuối; lượng nước mỗi lần chỉ bằng 90% dung tích xô.

Câu 6 (1 điểm)

Hai máy dự định sản xuất cùng một số chi tiết trong cùng một thời gian. Thực tế, mỗi giờ máy thứ nhất làm nhiều hơn dự định 3 chi tiết nên hoàn thành sớm 2 giờ. Máy thứ hai làm nhiều hơn dự định 5 chi tiết mỗi giờ nên hoàn thành sớm 3 giờ và làm thêm được 15 chi tiết. Tính số chi tiết mỗi máy dự định sản xuất.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Số sản phẩm = năng suất $\times$ thời gian. Hai máy có cùng số lượng và thời gian dự định nên cùng năng suất dự định.

Bước 1. Đặt hai ẩn

Gọi $p > 0$ là năng suất dự định (chi tiết/giờ), $t > 3$ là thời gian dự định (giờ). Số chi tiết dự định của mỗi máy là pt .

Bước 2. Lập hệ từ từng máy

Máy thứ nhất: $(p + 3)(t - 2) = pt \Leftrightarrow -2p + 3t = 6$.

Máy thứ hai: $(p + 5)(t - 3) = pt + 15 \Leftrightarrow -3p + 5t = 30$.

Bước 3. Giải hệ và trả lời

Nhân phương trình đầu với 3: $-6p + 9t = 18$. Nhân phương trình sau với 2: $-6p + 10t = 60$.

Lấy phương trình sau trừ phương trình trước: $t = 42$. Thay vào $-2p + 3 \cdot 42 = 6$ được $p = 60$.

Số chi tiết dự định: $pt = 60 \cdot 42 = 2\,520$.

Kiểm tra: máy thứ nhất làm $63 \cdot 40 = 2\,520$ chi tiết; máy thứ hai làm $65 \cdot 39 = 2\,535$ chi tiết, nhiều hơn 15 chi tiết.

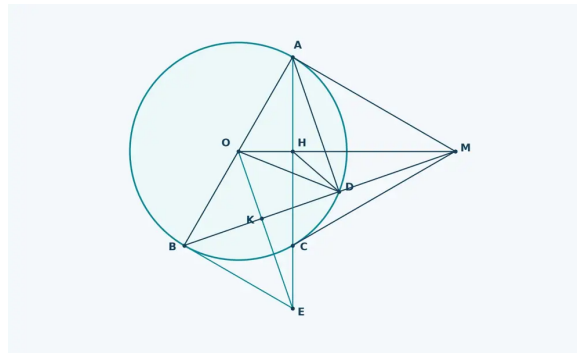
Kết quả. Mỗi máy dự định sản xuất 2 520 chi tiết.

Lưu ý. Máy thứ hai làm $pt + 15$ chi tiết, không phải pt . Sau khi giải hệ, để hỏi tích pt chứ không chỉ hỏi năng suất p .

Câu 7 (3 điểm)

Cho điểm M nằm ngoài đường tròn (O; R) sao cho $OM = 2R$. Từ M kẻ hai tiếp tuyến MA, MC với đường tròn (A, C là các tiếp điểm). Vẽ đường kính AB. Đường thẳng MB cắt đường tròn tại điểm thứ hai D (D khác B). Gọi H là giao điểm của OM và AC.

- Chứng minh tam giác ABD vuông và $OM \perp AC$.
- Chứng minh $OD^2 = OH \cdot OM$ và $\angle ODH = \angle DAC$.
- Gọi K là trung điểm BD. Tia AC cắt đường thẳng OK tại E. Tính diện tích tam giác OEB theo R.



Hai tiếp tuyến MA, MC; đường kính AB; cát tuyến MDB; K là trung điểm BD và E thuộc tia AC, đường thẳng OK.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Bán kính vuông góc với tiếp tuyến. Đường nối tâm và trung điểm dây vuông góc với dây. Dùng tam giác đồng dạng để chuyển tích đoạn thẳng thành tỉ số.

a) Nhận ra các góc vuông

AB là đường kính và D thuộc đường tròn nên $\angle ADB = 90^\circ$. Tam giác ABD vuông tại D.

$MA = MC$ (hai tiếp tuyến từ M) và $OA = OC$ (bán kính). Vì thế O và M cùng nằm trên đường trung trực của AC; suy ra $OM \perp AC$.

b1) Chứng minh tích $OH \cdot OM$

Tam giác OAM vuông tại A; $AH \perp OM$. Hai tam giác OHA và OAM đồng dạng: cùng góc tại O và có một góc vuông.

Suy ra $\frac{OH}{OA} = \frac{OA}{OM} \Rightarrow OH \cdot OM = OA^2 = R^2 = OD^2$.

b2) Chứng minh hai góc bằng nhau

Từ $OD^2 = OH \cdot OM$ suy ra $\frac{OD}{OM} = \frac{OH}{OD}$. Lại có $\angle DOH = \angle MOD$ vì O, H, M thẳng hàng. Do đó $\triangle ODH \sim \triangle OMD$ (cạnh - góc - cạnh), suy ra $\angle ODH = \angle OMD$.

Vì D thuộc MB và $AD \perp DB$ nên $\angle ADM = 90^\circ$. Mặt khác $\angle AHM = 90^\circ$. Vì vậy A, D, H, M cùng thuộc đường tròn đường kính AM.

Trên đường tròn này, $\angle HMD = \angle HAD$ (cùng chắn dây HD). Do MH cùng hướng MO và AH cùng hướng AC, ta có $\angle OMD = \angle HMD = \angle HAD = \angle DAC$.

Kết hợp hai kết quả: $\angle ODH = \angle DAC$.

c1) Tìm một góc vuông của tam giác OEB

Vì K là trung điểm dây BD nên $OK \perp BD$. M, K, B, D thẳng hàng nên $OK \perp KM$.

$\triangle OHE$ và $\triangle OKM$ có góc H và K vuông, góc HOE bằng góc KOM (OH cùng hướng OM, OE cùng hướng OK). Hai tam giác đồng dạng nên $\frac{OH}{OK} = \frac{OE}{OM} \Rightarrow OK \cdot OE = OH \cdot OM = R^2$.

Mà $OB = R$ nên $\frac{OK}{OB} = \frac{OB}{OE}$. Hai tam giác OBK và OEB có $\angle BOK = \angle EOB$ và hai cạnh kề góc tỉ lệ, do đó $\triangle OBK \sim \triangle OEB$.

Suy ra $\angle OBE = \angle OKB = 90^\circ$, tức $BE \perp OB$. Vì A, O, B thẳng hàng nên tam giác ABE vuông tại B.

c2) Tính cạnh BE và diện tích

Trong tam giác vuông OAM: $\cos \angle AOM = \frac{OA}{OM} = 1/2$, nên $\angle AOM = 60^\circ$. Tam giác OAH vuông tại H nên $\angle OAH = 30^\circ$.

Vì AB cùng hướng AO và AE cùng hướng AH nên $\angle BAE = 30^\circ$. Trong tam giác vuông ABE: $BE = AB \cdot \tan 30^\circ = 2R/\sqrt{3} = 2R\sqrt{3}/3$.

Tam giác OEB vuông tại B nên $S_{OEB} = OB \cdot BE/2 = R \cdot (2R\sqrt{3}/3)/2 = R^2\sqrt{3}/3$.

Kết quả. $OD^2 = OH \cdot OM$; $\angle ODH = \angle DAC$; $S_{OEB} = R^2\sqrt{3}/3$.

Lưu ý. Ở câu c, phải chứng minh $BE \perp OB$ trước khi dùng OB và BE làm hai cạnh góc vuông để tính diện tích.