



ĐỀ THAM KHẢO TP.HCM 2026-2027

Đề 09 · Đề và lời giải từng bước

7 câu tự luận · 120 phút · 10 điểm

Xanh dương: kiến thức · Xanh lá: kết quả · Vàng nhạt: lưu ý

Câu 1 (1,5 điểm)

Cho parabol (P): $y = -\frac{x^2}{2}$.

a) Vẽ đồ thị (P) trên hệ trục tọa độ Oxy.

b) Tìm những điểm thuộc (P) có hoành độ gấp hai lần tung độ.

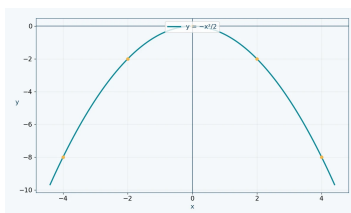
HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Điểm thuộc đồ thị phải thỏa mãn công thức hàm số. Hoành độ là x, tung độ là y.

a) Lập bảng và vẽ parabol

x	-4	-2	0	2	4
y	-8	-2	0	-2	-8

Đồ thị có đỉnh O(0; 0), trục đối xứng Oy và mở xuống vì hệ số của x^2 âm. Đánh dấu các điểm trong bảng rồi nối bằng một đường cong mềm, đối xứng.

Parabol $y = -x^2/2$ và hai điểm thỏa mãn $x = 2y$.

b) Kết hợp hai điều kiện

Hoành độ gấp hai tung độ nghĩa là $x = 2y$, hay $y = \frac{x}{2}$.Thay vào (P): $\frac{x}{2} = -\frac{x^2}{2} \Rightarrow x^2 + x = 0 \Rightarrow x(x + 1) = 0$.Nếu $x = 0$ thì $y = 0$. Nếu $x = -1$ thì $y = -\frac{1}{2}$.**Kết quả.** Hai điểm cần tìm là O(0; 0) và A(-1; -1/2).**Lưu ý.** Để không loại gốc tọa độ nên phải giữ nghiệm (0; 0). Không đảo điều kiện thành $y = 2x$.

Câu 2 (1 điểm)

Cho phương trình $2x^2 - 7x + 4 = 0$.

a) Chứng minh phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

b) Không giải phương trình, tính $Q = \frac{x_1}{x_2 + 2} - x_1 + \frac{x_2}{x_1 + 2} - x_2$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Với $ax^2 + bx + c = 0$: $\Delta = b^2 - 4ac$; $S = x_1 + x_2 = -b/a$; $P = x_1x_2 = c/a$.

a) Xét biệt thức

$\Delta = (-7)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 4 = 17 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt.

b1) Kiểm tra mẫu số và tính tổng, tích

Theo Viète, $S = \frac{7}{2}$ và $P = 2$.

$(x_1 + 2)(x_2 + 2) = P + 2S + 4 = 13 \neq 0$. Vì vậy hai phân thức đều xác định.

$$x_1^2 + x_2^2 = S^2 - 2P = \frac{49}{4} - 4 = \frac{33}{4}.$$

b2) Quy đồng và thay số

$$Q = \frac{x_1^2 + x_2^2 + 2(x_1 + x_2)}{(x_1 + 2)(x_2 + 2)} - S = \frac{S^2 - 2P + 2S}{P + 2S + 4} - S.$$

$$\text{Tổng ở tử là } \frac{33}{4} + 7 = \frac{61}{4}. \text{ Do đó } Q = \frac{61}{52} - \frac{7}{2} = -\frac{121}{52}.$$

Kết quả. $Q = -121/52$.

Lưu ý. Quy đồng $x_1/(x_2 + 2)$ cần nhân tử với $x_1 + 2$. Nhớ trừ cả tổng $x_1 + x_2$ ở cuối.

Nguồn đề: Hội đồng Bộ môn Toán TP.HCM. Biên tập lời giải: Gia Sư SV.

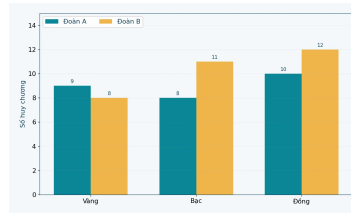
Mở bài luyện Đề 09 · Ôn lý thuyết và chọn đề

Người thầy tận tâm, người bạn sẻ chia.



Câu 3 (1,5 điểm)

Hai trường A và B phối hợp tổ chức ngày hội thể thao nhân kỉ niệm ngày thành lập Đoàn TNCS Hồ Chí Minh. Số huy chương vàng, bạc, đồng của hai trường được thể hiện dưới đây.



Biểu đồ huy chương: trường A đạt 9 vàng, 8 bạc, 10 đồng; trường B đạt 8 vàng, 11 bạc, 12 đồng.

Huy chương	Vàng	Bạc	Đồng
Trường A	9	8	10
Trường B	8	11	12

- a) Trường nào có tổng số huy chương cao hơn?
b) Lấy ngẫu nhiên một huy chương của trường A. Tính xác suất biến cố A: “Lấy được huy chương bạc”.
c) Lấy ngẫu nhiên một huy chương trong toàn bộ huy chương của cả hai trường. Tính xác suất biến cố B: “Huy chương lấy được không phải huy chương bạc”. Giả sử các huy chương có cùng kích thước và khối lượng.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Xác suất = số kết quả thuận lợi / số kết quả có thể xảy ra, khi các kết quả đồng khả năng.

a) Cộng riêng từng trường

Trường A có $9 + 8 + 10 = 27$ huy chương. Trường B có $8 + 11 + 12 = 31$ huy chương. Vậy trường B nhiều hơn 4 huy chương.

b) Chọn trong huy chương của trường A

Có 27 kết quả có thể, trong đó 8 huy chương bạc. Do đó $P(A) = \frac{8}{27}$.

c) Chọn trong huy chương của cả hai trường

Tổng số huy chương là $27 + 31 = 58$. Tổng huy chương bạc là $8 + 11 = 19$.

Số huy chương không phải bạc là $58 - 19 = 39$, nên $P(B) = \frac{39}{58}$.

Kết quả. Trường B có tổng cao hơn; $P(A) = 8/27$; $P(B) = 39/58$.

Lưu ý. Câu b chọn trong một trường, câu c chọn trong cả hai trường nên mẫu số khác nhau.

Câu 4 (1 điểm)

Nhân ngày Quốc tế thiếu nhi (1 tháng 6), 14 học sinh nam và nữ tham gia gói 96 phần quà. Tổng số quà các bạn nam gói bằng tổng số quà các bạn nữ gói; mỗi bạn nữ gói nhiều hơn mỗi bạn nam 2 phần. Hỏi có bao nhiêu học sinh nam và bao nhiêu học sinh nữ?

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Số quà mỗi người = tổng số quà của nhóm / số người trong nhóm. Đặt điều kiện nguyên dương cho số học sinh.

Bước 1. Đặt ẩn và phân chia số quà

Gọi x là số học sinh nam, x nguyên và $0 < x < 14$. Số học sinh nữ là $14 - x$.

Hai nhóm gói bằng nhau nên mỗi nhóm gói $96 : 2 = 48$ phần quà. Mỗi bạn nam gói $\frac{48}{x}$ phần; mỗi bạn nữ gói $\frac{48}{14-x}$ phần.

Bước 2. Lập và giải phương trình

$$\frac{48}{14-x} - \frac{48}{x} = 2.$$

Nhân hai vế với $x(14 - x) > 0$: $48x - 48(14 - x) = 2x(14 - x)$.

Rút gọn được $x^2 + 34x - 336 = 0 \Leftrightarrow (x - 8)(x + 42) = 0$.

$x = 8$ thỏa điều kiện; $x = -42$ bị loại.

Bước 3. Đối chiếu thực tế

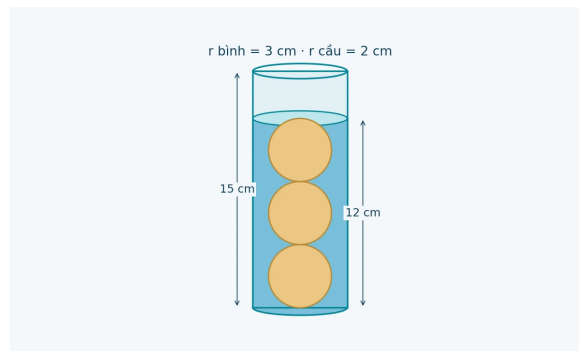
Có 8 bạn nam và 6 bạn nữ. Mỗi bạn nam gói $48 : 8 = 6$ phần, mỗi bạn nữ gói $48 : 6 = 8$ phần; chênh lệch đúng 2 phần.

Kết quả. 8 học sinh nam và 6 học sinh nữ.

Lưu ý. “Tổng số quà bằng nhau” không có nghĩa là số nam và nữ bằng nhau.

Câu 5 (1 điểm)

Một cốc hình trụ cao 15 cm, bán kính đáy 3 cm, ban đầu có nước cao 12 cm. Bỏ qua độ dày thành và đáy cốc.



Cốc bán kính 3 cm, cao 15 cm, nước cao 12 cm và ba viên bi hình cầu bán kính 2 cm.

a) Tính thể tích nước ban đầu.

b) Thả chìm hoàn toàn ba viên bi thủy tinh hình cầu cùng bán kính 2 cm vào cốc. Nước có tràn không? Nếu có, tính thể tích nước tràn.

Biết $V_{\text{trụ}} = \pi R^2 h$, $V_{\text{cầu}} = \frac{4\pi r^3}{3}$. Lấy $\pi = 3,14$; làm tròn kết quả đến hai chữ số thập phân.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Khi các viên bi chìm hoàn toàn, thể tích chiếm chỗ bằng tổng thể tích các viên bi. So sánh với phần cốc còn trống.

a) Thể tích nước ban đầu

$$V_{\text{nước}} = \pi \cdot 3^2 \cdot 12 = 108\pi = 339,12 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

b1) So sánh thể tích bi với khoảng trống

$$\text{Thể tích ba viên bi: } V_{\text{bi}} = 3 \cdot \frac{4\pi \cdot 2^3}{3} = 32\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$$

$$\text{Phần trống trong cốc: } V_{\text{trống}} = \pi \cdot 3^2 \cdot (15 - 12) = 27\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Vì $32\pi > 27\pi$ nên nước tràn ra ngoài.

b2) Tính phần nước tràn

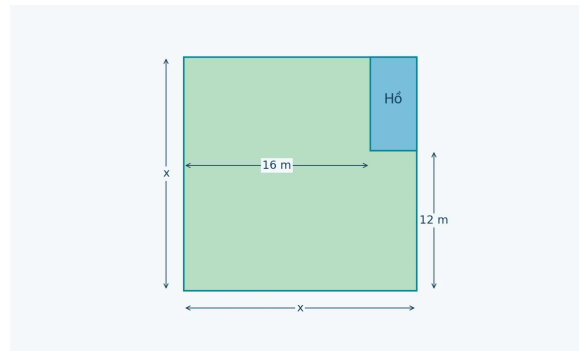
$$V_{\text{tràn}} = V_{\text{bi}} - V_{\text{trống}} = 32\pi - 27\pi = 5\pi = 15,70 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Kết quả. Thể tích nước ban đầu 339,12 cm³; nước tràn 15,70 cm³.

Lưu ý. Chỉ lấy phần thể tích bi vượt quá khoảng trống để tính nước tràn, không lấy toàn bộ thể tích bi.

Câu 6 (1 điểm)

Khu đất ABCD là hình vuông cạnh x (m). Hồ bơi hình chữ nhật nằm ở góc B; khoảng cách từ A đến mép trái hồ trên AB là 16 m, từ C đến mép dưới hồ trên BC là 12 m.



Khu đất hình vuông cạnh x ; hồ ở góc B có hai cạnh $x - 16$ và $x - 12$.

- Viết biểu thức rút gọn $S(x)$ tính diện tích đất còn lại sau khi làm hồ.
- Biết diện tích hồ là 32 m^2 và $x > 16$. Tính cạnh khu đất.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Diện tích còn lại = diện tích hình vuông – diện tích hồ chữ nhật.

a) Biểu diễn các cạnh của hồ

Hai cạnh hồ là $x - 16$ và $x - 12$ (m). Diện tích hồ bằng $(x - 16)(x - 12)$.

$$S(x) = x^2 - (x - 16)(x - 12) = x^2 - (x^2 - 28x + 192) = 28x - 192 \text{ (m}^2\text{)}, \text{ với } x > 16.$$

b) Giải điều kiện diện tích

$$(x - 16)(x - 12) = 32 \Leftrightarrow x^2 - 28x + 160 = 0 \Leftrightarrow (x - 20)(x - 8) = 0.$$

Do $x > 16$ nên nhận $x = 20$, loại $x = 8$. Khi đó hồ rộng 4 m, dài 8 m, diện tích đúng 32 m^2 .

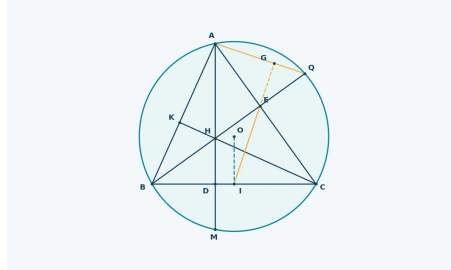
Kết quả. $S(x) = 28x - 192 \text{ m}^2$; cạnh khu đất 20 m.

Lưu ý. 16 m và 12 m là các đoạn đất bên ngoài hồ, không phải hai kích thước hồ.

Câu 7 (3 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O ; R). Các đường cao AD , BE , CK cắt nhau tại H ($D \in BC$, $E \in AC$, $K \in AB$). Đường thẳng AD cắt (O) tại M khác A .

- Chứng minh $\triangle ABD \sim \triangle CBK$, từ đó suy ra CB là tia phân giác của góc KCM .
- Đường thẳng BE cắt (O) tại Q khác B . Gọi I là trung điểm BC ; IE cắt AQ tại G . Chứng minh $EG \perp AQ$.
- Giả sử $\angle BAC = 60^\circ$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác BOC theo R .



Tam giác ABC nhọn với các đường cao, các điểm M , Q trên đường tròn và $G = IE \cap AQ$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Dùng góc vuông, góc nội tiếp cùng chắn cung; trung điểm cạnh huyền cách đều ba đỉnh của tam giác vuông.

a) Từ đồng dạng đến phân giác

$\angle ADB = \angle CKB = 90^\circ$ và $\angle ABD = \angle CBK$ vì BD cùng hướng BC , BK cùng hướng BA . Suy ra $\triangle ABD \sim \triangle CBK$ (góc - góc).

Do đó $\angle BAD = \angle BCK$. Vì A, D, M thẳng hàng nên $\angle BAD = \angle BAM$.

Hai góc nội tiếp $\angle BAM$ và $\angle BCM$ cùng chắn cung BM nên bằng nhau. Vậy $\angle BCK = \angle BCM$; tia CB nằm trong góc KCM và chia góc này thành hai góc bằng nhau.

b) Tìm hai góc bằng nhau

Tam giác BEC vuông tại E , I là trung điểm cạnh huyền BC nên $IE = IC$. Do đó $\triangle IEC$ cân tại I , suy ra $\angle IEC = \angle ECI = \angle ACB$.

Theo vị trí các tia, $\angle AEG = \angle IEC$ (hai góc đối đỉnh). Mặt khác $\angle AQE = \angle AQB = \angle ACB$ vì Q, E, B thẳng hàng và hai góc nội tiếp cùng chắn cung AB .

Vậy $\angle AEG = \angle AQE$. Trong hai tam giác AEG và AQE , ta còn có $\angle EAG = \angle QAE$ vì A, G, Q thẳng hàng. Hai tam giác đồng dạng.

Góc AGE tương ứng góc AEQ . Mà $AE \perp EQ$ nên $\angle AEQ = 90^\circ$, suy ra $\angle AGE = 90^\circ$. Vì AG nằm trên AQ nên $EG \perp AQ$.

c) Xác định tâm và bán kính cần tìm

Góc ở tâm chắn cung BC là $\angle BOC = 2\angle BAC = 120^\circ$. Vì $OB = OC = R$, đường OI vừa là trung tuyến vừa là phân giác và vuông góc BC .

Suy ra $\angle BOI = 60^\circ$. Trong tam giác vuông BOI : $OI = OB \cdot \cos 60^\circ = R/2$.

Lấy O' đối xứng O qua I . Khi đó $OO' = 2OI = R$. Vì BC là đường trung trực của OO' nên $BO' = BO = R$ và $CO' = CO = R$.

O' cách đều ba điểm B, O, C với khoảng cách R , nên là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle BOC$; bán kính bằng R .

Kết quả. CB là phân giác $\angle KCM$; $EG \perp AQ$; bán kính ngoại tiếp $\triangle BOC$ bằng R .

Lưu ý. Ở câu c, cần tìm đường tròn đi qua B, O, C ; tâm của đường tròn này không phải O .