



ĐỀ THAM KHẢO TP.HCM 2026-2027

Đề 10 · Đề và lời giải từng bước

7 câu tự luận · 120 phút · 10 điểm

Xanh dương: kiến thức · Xanh lá: kết quả · Vàng nhạt: lưu ý

Câu 1 (1,5 điểm)

- a) Vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{2}$ (P).
- b) Tìm điểm M thuộc (P) có tung độ gấp đôi hoành độ và khác 0.

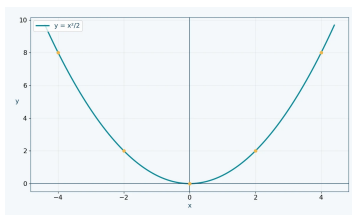
HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Parabol $y = ax^2$ có đỉnh O, trục đối xứng Oy. Tung độ gấp đôi hoành độ nghĩa là $y = 2x$.

a) Lập bảng và vẽ đồ thị

x	-2	-1	0	1	2
y	2	0,5	0	0,5	2

Vì $a = 1/2 > 0$ nên parabol mở lên. Chấm các điểm trong bảng và vẽ đường cong đi qua chúng, đối xứng qua Oy.



Parabol $y = x^2/2$ với điểm $M(4; 8)$ thỏa mãn $y = 2x$.

b) Giải điều kiện của M

$$\frac{x^2}{2} = 2x \Leftrightarrow x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow x(x - 4) = 0.$$

Có $x = 0$ hoặc $x = 4$. Điều kiện tung độ khác 0 loại gốc O; nhận $x = 4$, $y = 2 \cdot 4 = 8$.

Kết quả. $M(4; 8)$.

Lưu ý. Cần ghi rõ vì sao loại $x = 0$, thay vì bỏ nghiệm này ngay khi giải phương trình.

Câu 2 (1 điểm)

Cho phương trình $3x^2 - 2x - 2 = 0$.

- a) Chứng minh phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .
- b) Không giải phương trình, tính $A = x_1^3 + x_2^3 - 3x_1^2x_2 - 3x_1x_2^2$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Đặt $S = x_1 + x_2$, $P = x_1x_2$. Ta có $x_1^3 + x_2^3 = S^3 - 3PS$ và $x_1^2x_2 + x_1x_2^2 = PS$.

a) Kiểm tra biệt thức

$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2) = 28 > 0$, nên phương trình có hai nghiệm phân biệt.

b) Đưa về tổng và tích

Theo Viète, $S = \frac{2}{3}$; $P = -\frac{2}{3}$.

$$A = (S^3 - 3PS) - 3PS = S^3 - 6PS.$$

$$\text{Thay số: } A = \frac{8}{27} - 6 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{27} + \frac{8}{3} = \frac{80}{27}.$$

Kết quả. $A = 80/27$.

Lưu ý. Tổng hai lập phương đã chứa $-3PS$; ngoài biểu thức còn trừ thêm $3PS$, nên hệ số cuối là $-6PS$.

Nguồn đề: Hội đồng Bộ môn Toán TP.HCM. Biên tập lời giải: Gia Sư SV.

Mở bài luyện Đề 10 · Ôn lý thuyết và chọn đề

Người thầy tận tâm, người bạn sẻ chia.



Câu 3 (1,5 điểm)

Có 6 tấm bìa giống nhau được đánh số từ 1 đến 6, mỗi tấm ghi một chữ số. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 4 tấm, rồi xếp các chữ số từ nhỏ đến lớn để được số có bốn chữ số $abcd$, với $a < b < c < d$. Tính xác suất số thu được có chữ số cuối lớn hơn chữ số đầu 3 đơn vị.

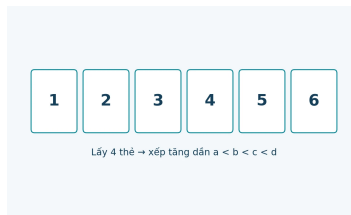
HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Mỗi bộ bốn thẻ chỉ cho một số tăng dần. Liệt kê kết quả để đếm không gian mẫu, không tính các hoán vị của cùng một bộ thẻ.

Bước 1. Liệt kê 15 kết quả đồng khả năng

Các số có thể nhận được là: 1234, 1235, 1236, 1245, 1246, 1256, 1345, 1346, 1356, 1456, 2345, 2346, 2356, 2456, 3456.

Có 15 kết quả. Cũng có thể kiểm tra bằng cách chọn 2 thẻ bỏ lại: $6 \cdot 5 : 2 = 15$ cặp.



Sáu thẻ số 1-6; ba số tăng dần thỏa $d - a = 3$ là 1234, 2345, 3456.

Bước 2. Đếm các kết quả thỏa điều kiện

Điều kiện $d - a = 3$ chỉ cho các cặp đầu-cuối (1; 4), (2; 5), (3; 6).

Do b, c khác nhau và nằm giữa a, d , mỗi cặp chỉ tạo một số: 1234, 2345 hoặc 3456. Có 3 kết quả thuận lợi.

Bước 3. Tính xác suất

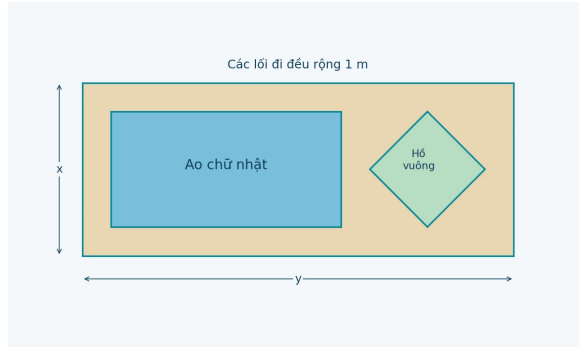
$$P = \frac{3}{15} = \frac{1}{5} = 20\%.$$

Kết quả. Xác suất bằng $1/5$.

Lưu ý. Chọn đồng thời rồi sắp tăng dần nên không nhân thêm $4!$ cho các cách sắp xếp.

Câu 4 (1 điểm)

Bác An có mảnh đất hình chữ nhật rộng x (m), dài y (m). Bên trong có hồ cá hình chữ nhật và khu trồng cây hình vuông xoay như hình. Diện tích hồ bằng 4 lần diện tích khu trồng cây. Lối đi quanh hồ và các khoảng cách qua đỉnh hình vuông trong hình đều rộng 1 m. Phần còn lại được lát gạch.



Khu đất $x \times y$ có hồ chữ nhật và vườn vuông xoay; ba khoảng trống theo chiều dài và hai khoảng theo chiều rộng đều 1 m.

- a) Viết biểu thức tính diện tích lát gạch S theo x.
b) Biết $S = 50 \text{ m}^2$. Tính chiều dài y của khu đất.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Hình vuông có hai đường chéo bằng d thì diện tích bằng $d^2/2$. Muốn S chỉ theo x , phải biểu diễn y theo x trước.

a1) Tính hai khu vực và tìm y theo x

Điều kiện $x > 2$. Đường chéo vườn vuông là $d = x - 2$; diện tích vườn là $\frac{(x-2)^2}{2}$.

Hồ rộng $x - 2$, diện tích bằng 4 lần diện tích vườn nên $S_{\text{hồ}} = 2(x - 2)^2$. Suy ra chiều dài hồ là $2(x - 2)$.

Theo chiều dài khu đất: một chiều dài hồ, một đường chéo vườn và ba khoảng trống 1 m. Do đó $y = 2(x - 2) + (x - 2) + 3 = 3x - 3$.

a2) Rút gọn S chỉ theo x

$$S = xy - S_{\text{hồ}} - S_{\text{vườn}} = x(3x - 3) - \frac{5(x-2)^2}{2}.$$

Rút gọn: $S(x) = \frac{x^2}{2} + 7x - 10$ (m²), với $x > 2$.

b) Dùng diện tích lát gạch

$$S = 50 \Rightarrow x^2 + 14x - 120 = 0 \Rightarrow (x - 6)(x + 20) = 0.$$

Nhận $x = 6$ (m), loại $x = -20$. Khi đó $y = 3 \cdot 6 - 3 = 15$ (m).

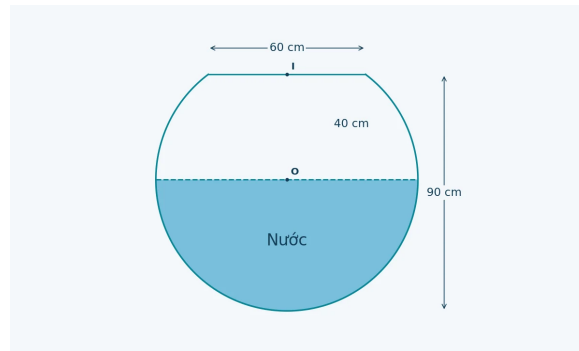
Kiểm tra: toàn khu 90 m², vườn 8 m², hồ 32 m², còn lại 90 – 8 – 32 = 50 m².

Kết quả. $S(x) = x^2/2 + 7x - 10 \text{ m}^2$; $y = 15 \text{ m}$.

Lưu ý. Nếu dừng ở $S = xy - 5(x - 2)^2/2$ thì vẫn còn y , chưa đáp ứng yêu cầu biểu diễn chỉ theo x .

Câu 5 (1 điểm)

Hồ cá có dạng một phần hình cầu tâm O, đặt trên giá đỡ. Đường kính miệng hồ AB = 60 cm; khoảng cách từ tâm miệng I đến điểm sâu nhất T là IT = 90 cm.



Thiết diện hồ cá: miệng AB = 60 cm, chiều sâu IT = 90 cm; mặt nước cách miệng 40 cm.

- Tính bán kính R của mặt cầu tạo nên hồ.
- Rót nước sao cho mặt nước cách miệng hồ 40 cm. Tính thể tích nước theo lít, làm tròn đến một chữ số thập phân. Biết thể tích cầu $V = \frac{4\pi R^3}{3}$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Dùng định lý Pythagore trong tam giác OIA. Sau khi tìm R, xác định mặt nước có đi qua tâm cầu hay không.

a) Tìm bán kính mặt cầu

I là trung điểm AB nên IA = 30 cm. Theo hình, O nằm giữa I và T; OT = R, suy ra OI = 90 – R.

Tam giác OIA vuông tại I: $R^2 = (90 - R)^2 + 30^2$.

Khai triển và rút gọn: $180R = 9\,000 \Rightarrow R = 50$ (cm).

b) Tính phần nước

Chiều cao nước tính từ T là $90 - 40 = 50$ cm = R. Vậy mặt nước đi qua tâm O, phần nước là nửa hình cầu.

$$V = \frac{1}{2} \cdot \frac{4\pi \cdot 50^3}{3} = \frac{250000\pi}{3} \text{ (cm}^3\text{)}.$$

$$\text{Đổi } 1 \text{ lít} = 1\,000 \text{ cm}^3: V = \frac{250\pi}{3} \approx 261,8 \text{ (lít)}.$$

Kết quả. R = 50 cm; lượng nước khoảng 261,8 lít.

Lưu ý. Hồ không phải hình trụ. Chỉ sau khi xác định mặt nước qua tâm mới được lấy một nửa thể tích cầu.

Câu 6 (1 điểm)

Một nhà máy có 135 lít chất A và 615 lít chất B để pha nhiên liệu sinh học. Nhiên liệu loại I có tỉ lệ A : B = 1 : 9; loại II có tỉ lệ A : B = 1 : 3. Nếu sử dụng hết cả hai chất, nhà máy sản xuất được bao nhiêu lít mỗi loại nhiên liệu?

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Tỉ lệ 1 : 9 có tổng 10 phần nên chất A chiếm 1/10. Tỉ lệ 1 : 3 có tổng 4 phần nên chất A chiếm 1/4.

Bước 1. Đặt ẩn và lập bảng

Gọi x, y (lít) lần lượt là lượng nhiên liệu loại I, II; x, y > 0.

Thành phần	Loại I	Loại II	Tổng
Chất A	$\frac{x}{10}$	$\frac{y}{4}$	135 lít
Chất B	$\frac{9x}{10}$	$\frac{3y}{4}$	615 lít

Bước 2. Giải hệ phương trình

$\frac{x}{10} + \frac{y}{4} = 135; \frac{9x}{10} + \frac{3y}{4} = 615.$

Cộng hai phương trình được x + y = 750. Nhân phương trình thứ nhất với 20: 2x + 5y = 2 700.

Thay x = 750 – y: 1 500 – 2y + 5y = 2 700 ⇒ y = 400; x = 350.

Bước 3. Kiểm tra

Chất A dùng 35 + 100 = 135 lít; chất B dùng 315 + 300 = 615 lít. Cả hai lượng nhiên liệu đều dương.

Kết quả. 350 lít loại I và 400 lít loại II.

Lưu ý. Không coi tỉ lệ 1 : 9 là phần A bằng 1/9 tổng nhiên liệu; đúng phải là 1/(1 + 9).

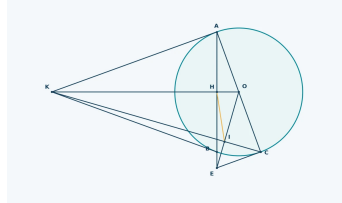
Câu 7 (3 điểm)

Cho đường tròn (O), AB là dây không đi qua tâm. H là trung điểm AB. Tiếp tuyến tại A cắt tia OH tại K.

a) Chứng minh $\angle KBO = 90^\circ$ và KAOB là tứ giác nội tiếp.

b) Kẻ đường kính AC. Chứng minh $OH \cdot OK = OC^2$, từ đó suy ra $\angle OCH = \angle OKC$.

c) Tiếp tuyến tại C cắt tia AB tại E. Gọi $I = OE \cap KC$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tứ giác KHIE, biết $\angle KAB = 70^\circ$ và $HI = 6$ cm. Làm tròn đến hàng phần trăm.



Dây AB, hai tiếp tuyến tại A và C, K thuộc tia OH; E thuộc tia AB và $I = OE \cap KC$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Tiếp tuyến vuông góc bán kính; đường nối tâm với trung điểm dây vuông góc dây. Tứ giác có hai góc đối vuông là nội tiếp.

a) Chứng minh góc vuông và nội tiếp

$OA = OB$ nên $\triangle OAB$ cân; OH vừa là trung tuyến, vừa là phân giác và đường cao. Do O, H, K thẳng hàng, $\angle AOK = \angle BOK$.

Hai tam giác AOK và BOK có $OA = OB$, OK chung và góc xen giữa bằng nhau nên bằng nhau. Suy ra $\angle KBO = \angle KAO = 90^\circ$.

A và B cùng nằm trên đường tròn đường kính KO, do đó K, A, O, B cùng thuộc một đường tròn.

b) Dùng đồng dạng

$\triangle OHA$ và $\triangle OAK$ đồng dạng vì cùng góc AOK và có góc vuông. Do đó $\frac{OH}{OA} = \frac{OA}{OK} \Rightarrow OH \cdot OK = OA^2 = OC^2$.

Suy ra $\frac{OH}{OC} = \frac{OC}{OK}$. Hai tam giác OHC và OCK có góc $HOC = COK$ và hai cạnh kề góc tỉ lệ, nên đồng dạng. Vậy $\angle OCH = \angle OKC$.

c1) Chứng minh KHIE nội tiếp

$\angle OHE = \angle OCE = 90^\circ$ nên O, H, C, E cùng thuộc đường tròn đường kính OE.

Suy ra $\angle OEH = \angle OCH = \angle OKC$. Kết hợp góc tại O, ta có $\triangle OIK \sim \triangle OHE$, suy ra $\angle OIK = \angle OHE = 90^\circ$. Vậy OE $\perp$ KC tại I.

$\angle KIE = \angle KHE = 90^\circ$, nên K, H, I, E nằm trên đường tròn đường kính KE. Bán kính cần tìm là $r = KE/2$.

c2) Liên hệ HI với KE

Do KHIE nội tiếp và O, I, E thẳng hàng, O, H, K thẳng hàng, ta có $\angle OIH = \angle OKE$; đồng thời $\angle IOH = \angle KOE$.

Vì vậy $\triangle OIH \sim \triangle OKE \Rightarrow \frac{HI}{KE} = \frac{OH}{OE}$. Do $HI = 6$ nên $r = 3 \cdot \frac{OE}{OH}$.

c3) Tính tỉ số bằng lượng giác

Đặt $R = OA$. Vì $KA \perp AC$ và $\angle KAB = 70^\circ$, suy ra $\angle OAH = \angle CAE = 20^\circ$. Trong tam giác vuông OAH, $OH = R \cdot \sin 20^\circ$.

Trong tam giác vuông ACE: $CE = AC \cdot \tan 20^\circ = 2R \cdot \tan 20^\circ$.

Tam giác OCE vuông tại C cho $OE^2 = R^2 + (2R \cdot \tan 20^\circ)^2$. Vì vậy $OE = R \cdot \sqrt{1 + 4 \tan^2 20^\circ}$.

Do đó $r = \frac{3\sqrt{1 + 4 \tan^2 20^\circ}}{\sin 20^\circ} \approx 10,85$ (cm). Giá trị R triệt tiêu, nên không cần tìm bán kính đường tròn ban đầu.

Kết quả. $OH \cdot OK = OC^2$; KHIE nội tiếp đường tròn đường kính KE; bán kính cần tìm khoảng 10,85 cm.

Lưu ý. Bán kính cuối là $KE/2$, không phải $KB/2$. Dùng máy tính ở chế độ độ (DEG) và chỉ làm tròn ở bước cuối.