



ĐỀ THAM KHẢO TP.HCM 2026-2027

Đề 11 · Đề và lời giải từng bước

7 câu tự luận · 120 phút · 10 điểm

Xanh dương: kiến thức · Xanh lá: kết quả · Vàng nhạt: lưu ý

Câu 1 (1,5 điểm)

Cho hàm số $y = \frac{x^2}{2}$ có đồ thị là parabol (P).

- Vẽ (P) trên mặt phẳng tọa độ Oxy.
- Tìm tọa độ các điểm thuộc (P) có tung độ gấp đôi hoành độ.

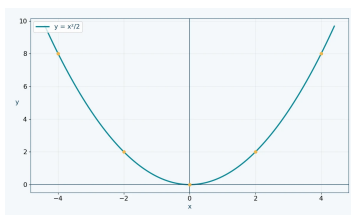
HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Lập bảng giá trị đối xứng qua $x = 0$. Tung độ gấp đôi hoành độ nghĩa là $y = 2x$.

a) Lập bảng và vẽ

x	-4	-2	0	2	4
y	8	2	0	2	8

Parabol có đỉnh $O(0; 0)$, trục đối xứng Oy, mở lên và đi qua các điểm trong bảng.



Đồ thị $y = x^2/2$ đối xứng qua Oy và đi qua $(\pm 2; 2)$, $(\pm 4; 8)$.

b) Giải phương trình hoành độ

Kết hợp $y = x^2/2$ với $y = 2x$: $x^2/2 = 2x \Leftrightarrow x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow x(x - 4) = 0$.

Với $x = 0$, $y = 0$; với $x = 4$, $y = 8$.

Kết quả. Hai điểm cần tìm là $(0; 0)$ và $(4; 8)$.

Lưu ý. Giữ cả nghiệm $x = 0$ để không loại gốc tọa độ.

Câu 2 (1 điểm)

Cho phương trình $2025x^2 + 2025x - 2 = 0$.

a) Chứng minh phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

b) Không giải phương trình, tính $T = \frac{(x_1 + x_2)^{2026}}{\sqrt{\frac{1}{4}(x_1 - x_2)^2 + \frac{2027}{8}x_1x_2}}$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Đặt $S = x_1 + x_2$, $P = x_1x_2$; $(x_1 - x_2)^2 = S^2 - 4P$. Kiểm tra mẫu căn dương trước khi chia.

a) Chứng minh có hai nghiệm

$\Delta = 2025^2 - 4 \cdot 2025 \cdot (-2) = 2025^2 + 16200 > 0$. Vậy phương trình có hai nghiệm thực phân biệt.

b) Rút gọn biểu thức trong căn

Theo Viète: $S = -1$, $P = -2/2025$. Tử số $S^{2026} = (-1)^{2026} = 1$.

Đặt U là biểu thức dưới căn. Khi đó $U = \frac{1}{4}(S^2 - 4P) + \frac{2027}{8}P = \frac{1}{4}S^2 + \frac{2019}{8}P$.

Thay số: $U = \frac{1}{4} - \frac{2019}{4 \cdot 2025} = \frac{6}{8100} = \frac{1}{1350} > 0$.

Vậy $T = 1/\sqrt{1/1350} = \sqrt{1350} = \sqrt{(225 \cdot 6)} = 15\sqrt{6}$.

Kết quả. $T = 15\sqrt{6}$.

Lưu ý. Số mũ 2026 là số chẵn. Không bỏ dấu ngoặc khi nâng $S = -1$ lên lũy thừa.

Nguồn đề: Hội đồng Bộ môn Toán TP.HCM. Biên tập lời giải: Gia Sư SV.

Mở bài luyện Đề 11 · Ôn lý thuyết và chọn đề

Người thầy tận tâm, người bạn sẽ chia.



Câu 3 (1,5 điểm)

Bảng trong đề cho số huy chương Vàng, Bạc, Đồng của 10 quốc gia tham dự SEA Games 33:

Quốc gia	Vàng	Bạc	Đồng
Thái Lan	233	154	112
Indonesia	91	111	131
Việt Nam	87	81	110
Malaysia	57	57	117
Singapore	52	61	89
Philippines	50	73	154
Myanmar	3	21	49
Lào	2	9	28
Brunei	1	3	5
Timor-Leste	0	1	7

a) Tính tỉ lệ phần trăm huy chương Vàng của Việt Nam so với tổng huy chương Vàng của 10 quốc gia, làm tròn đến hàng phần mười.
b) Tính tổng huy chương của mỗi quốc gia.
c) Chọn ngẫu nhiên một trong 10 quốc gia, với cơ hội như nhau. Tính xác suất quốc gia được chọn có tổng huy chương lớn hơn giá trị trung bình của 10 quốc gia.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Trung bình cộng bằng tổng chia số đối tượng. Đếm quốc gia thỏa điều kiện, không đếm số huy chương để làm xác suất.

a) Tỉ lệ huy chương Vàng

Tổng huy chương Vàng: $233 + 91 + 87 + 57 + 52 + 50 + 3 + 2 + 1 + 0 = 576$.
Tỉ lệ của Việt Nam: $\frac{87}{576} \cdot 100\% \approx 15,104\% \approx 15,1\%$.

b) Cộng theo từng quốc gia

Quốc gia	Tổng huy chương
Thái Lan	499
Indonesia	333
Việt Nam	278
Malaysia	231
Singapore	202
Philippines	277
Myanmar	73
Lào	39
Brunei	9
Timor-Leste	8

Tổng của cả 10 quốc gia là 1949 huy chương.

c) So sánh với mức trung bình

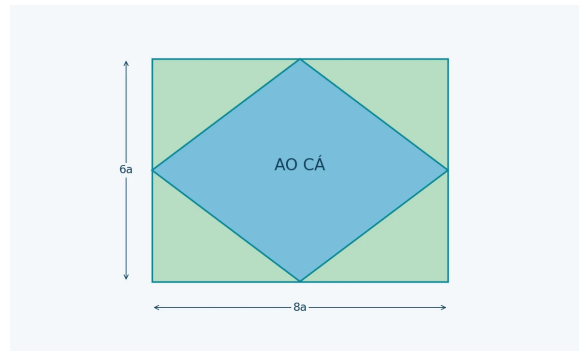
Trung bình: $1949 : 10 = 194,9$ huy chương/quốc gia.
Sáu quốc gia có tổng lớn hơn 194,9 là Thái Lan, Indonesia, Việt Nam, Malaysia, Singapore, Philippines.
Xác suất cần tìm: $P = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$.

Kết quả. a) 15,1%; b) tổng theo bảng lời giải; c) $P = 3/5$.

Lưu ý. Sử dụng đúng số liệu do đề cung cấp; đây là bảng dữ kiện của bài luyện. “Lớn hơn trung bình” là so sánh tổng của từng quốc gia với 194,9.

Câu 4 (1 điểm)

Vườn hình chữ nhật của bác Hai dài $8a$ m, rộng $6a$ m ($a > 0$). Ao cá là hình thoi có bốn đỉnh ở trung điểm bốn cạnh vườn. Phần đất còn lại trồng cỏ nhưng.



Ao hình thoi nối trung điểm các cạnh khu vườn $8a \times 6a$.

- Tìm a khi chu vi ao cá là 100 m.
- Chi phí trồng cỏ là 65 nghìn đồng/m². Tính tiền bác Hai cần trả, theo triệu đồng.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Cạnh hình thoi là cạnh huyền của tam giác vuông có hai cạnh góc vuông $4a$ và $3a$. Diện tích hình thoi bằng nửa tích hai đường chéo.

a) Từ chu vi tìm a

Một góc vườn và hai trung điểm cạnh kề tạo thành tam giác vuông có hai cạnh góc vuông $4a$, $3a$. Cạnh ao bằng $\sqrt{(4a)^2 + (3a)^2} = 5a$ vì $a > 0$. Chu vi ao: $4 \cdot 5a = 20a$.
 $20a = 100 \Rightarrow a = 5$.

b) Tính phần đất trồng cỏ

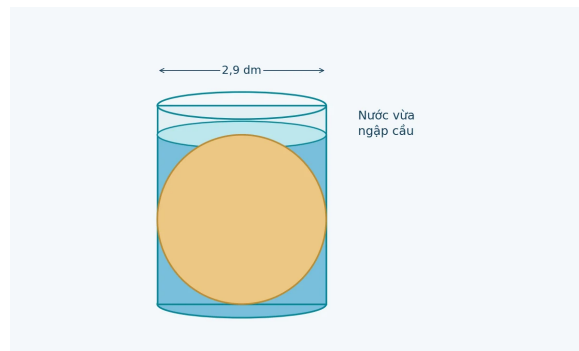
Diện tích vườn: $8a \cdot 6a = 48a^2$. Diện tích ao: $(8a \cdot 6a)/2 = 24a^2$.
Diện tích trồng cỏ: $48a^2 - 24a^2 = 24a^2 = 24 \cdot 5^2 = 600$ m².
Chi phí: $600 \cdot 65 = 39000$ nghìn đồng = 39 triệu đồng.

Kết quả. $a = 5$; chi phí trồng cỏ là 39 triệu đồng.

Lưu ý. Hai đường chéo của ao bằng chiều dài và chiều rộng vườn; không lấy cạnh hình thoi làm đường chéo.

Câu 5 (1 điểm)

Lon hình trụ có đường kính 2,9 dm, chứa một lượng nước. Nhúng một quả cầu không thấm nước vào lon, chạm đáy; quả cầu vừa khít lon và nước vừa ngập quả cầu.



Quả cầu chạm đáy, vừa khít lon; mực nước sau khi thả cao bằng đường kính cầu.

a) Tính thể tích quả cầu theo dm^3 , làm tròn đến hàng phần trăm.

b) Tính chiều cao mực nước ban đầu theo dm. Cho $V_{\text{cầu}} = \frac{4}{3}\pi R^3$ và $V_{\text{trụ}} = \pi r^2 h$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Thể tích nước không đổi. Sau khi thả cầu, thể tích dưới mặt nước gồm nước và quả cầu.

a) Tính thể tích cầu

Bán kính $R = 2,9 : 2 = 1,45 \text{ dm}$.

$$V_{\text{cầu}} = \frac{4}{3}\pi \cdot 1,45^3 \approx 12,77005 \text{ dm}^3 \approx 12,77 \text{ dm}^3.$$

b) Bảo toàn thể tích nước

Lon vừa khít cầu nên bán kính đáy lon cũng bằng R . Nước vừa ngập cầu nên chiều cao lúc sau là $2R$.

$$V_{\text{nước}} = \pi R^2 \cdot 2R - \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{2}{3}\pi R^3.$$

Gọi h_0 là chiều cao ban đầu: $\pi R^2 h_0 = \frac{2}{3}\pi R^3 \Rightarrow h_0 = 2R/3$.

$$\text{Vậy } h_0 = (2 \cdot 1,45)/3 = 29/30 \text{ dm} \approx 0,97 \text{ dm}.$$

Kết quả. Thể tích cầu $\approx 12,77 \text{ dm}^3$; mực nước ban đầu cao $29/30 \text{ dm}$, khoảng $0,97 \text{ dm}$.

Lưu ý. Mực nước lúc sau cao $2,9 \text{ dm}$, nhưng đó không phải chiều cao ban đầu. Không làm tròn thể tích ở giữa phép tính câu b.

Câu 6 (1 điểm)

Hàng ngày một chiếc thuyền xuôi dòng từ A đến B rồi trở về A ngay sau đó. Một hôm vận tốc riêng của thuyền tăng gấp đôi, khiến tổng thời gian đi và về chỉ bằng 40% thời gian thường lệ. Tính tỉ số vận tốc riêng ngày thường của thuyền so với vận tốc dòng nước. Vận tốc riêng là vận tốc khi nước đứng yên.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Vận tốc xuôi dòng $= v + u$; ngược dòng $= v - u$. Tổng thời gian là tổng hai thương quãng đường/vận tốc.

Bước 1. Đặt ẩn và viết thời gian

Gọi v là vận tốc riêng ngày thường, u là vận tốc dòng nước, s là quãng đường AB; điều kiện $v > u > 0$, $s > 0$. Các đơn vị phải thống nhất.

$$\text{Ngày thường: } t = \frac{s}{v+u} + \frac{s}{v-u} = \frac{2sv}{v^2 - u^2}.$$

$$\text{Khi tăng gấp đôi vận tốc riêng: } t' = \frac{s}{2v+u} + \frac{s}{2v-u} = \frac{4sv}{4v^2 - u^2}.$$

Bước 2. Dùng tỉ lệ 40%

$$\text{Vì } t' = 0,4t \text{ nên } \frac{2(v^2 - u^2)}{4v^2 - u^2} = \frac{2}{5}.$$

$$\text{Nhân chéo và rút gọn: } 10(v^2 - u^2) = 2(4v^2 - u^2) \Rightarrow 2v^2 = 8u^2 \Rightarrow v^2 = 4u^2.$$

Do $v, u > 0$ nên $v = 2u$, hay $v/u = 2$.

Bước 3. Kiểm tra

Nếu $v = 2u$, ngày thường có $t = s/(3u) + s/u = 4s/(3u)$. Ngày tăng tốc có $t' = s/(5u) + s/(3u) = 8s/(15u)$.

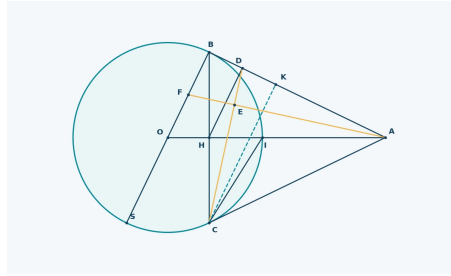
Tỉ số $t'/t = 2/5 = 40\%$, đúng yêu cầu.

Kết quả. Vận tốc riêng ngày thường gấp 2 lần vận tốc dòng nước.

Lưu ý. Tăng gấp đôi vận tốc riêng chỉ đổi v thành $2v$; vận tốc dòng nước u giữ nguyên. Không đổi $v \pm u$ thành $2(v \pm u)$.

Câu 7 (3 điểm)

Từ A nằm ngoài đường tròn (O; R), kẻ hai tiếp tuyến AB, AC (B, C là tiếp điểm). Vẽ đường kính BS; đoạn OA cắt (O) tại I.



Hai tiếp tuyến AB, AC; H thuộc BC, I thuộc OA, D là chân đường vuông góc từ H tới AB.

- Chứng minh $OA \perp BC$ tại H và $BC^2 = 2 \cdot SC \cdot HA$.
- Gọi r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Tính CS theo R và r.
- Kẻ $HD \perp AB$ tại D. F là trung điểm OB, $E = AF \cap CD$. Chứng minh C, H, E, A đồng viên.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Hai tiếp tuyến từ một điểm có độ dài bằng nhau. Dùng đường trung bình, đồng dạng và hai góc vuông cùng chắn một đoạn.

a) Đường trung trực và hệ thức độ dài

$AB = AC$ và $OB = OC$ nên A, O cùng thuộc đường trung trực BC. Vì thế $OA \perp BC$ tại H và $HB = HC$.

Trong tam giác SBC, O là trung điểm SB, H là trung điểm BC, nên OH là đường trung bình: $SC = 2OH$.

Tam giác ABH đồng dạng BOH: góc H đều vuông, $\angle ABH = \angle BOH$ vì cùng phụ $\angle OBH$. Suy ra $AH/BH = BH/OH$, hay $BH^2 = AH \cdot OH$.

Do $BC = 2BH$: $BC^2 = 4BH^2 = 4AH \cdot OH = 2 \cdot SC \cdot HA$.

b) Chứng minh I là tâm nội tiếp

OA phân giác $\angle BAC$ (hai tam giác vuông AOB, AOC bằng nhau).

$OC = OI$ nên $\angle OCI = \angle OIC$. Vì $AC \perp OC$ và $CH \perp OI$, ta có $\angle ACI = 90^\circ - \angle OCI = 90^\circ - \angle OIC = \angle HCI$.

Vậy CI phân giác $\angle ACB$. I nằm trên hai phân giác trong AI và CI nên là tâm nội tiếp tam giác ABC.

Khoảng cách từ I đến BC là $IH = r$. Các điểm O, H, I, A theo thứ tự trên một đường thẳng; $OH = OI - IH = R - r$. Do đó $CS = 2OH = 2(R - r)$.

c) Tạo góc vuông tại E

Kẻ $CK \perp AB$ tại K (điểm phụ). Vì H là trung điểm BC và $HD \parallel CK$, D là trung điểm BK.

Hai tam giác ABO và CKB đồng dạng: $\angle ABO = \angle CKB = 90^\circ$, $\angle AOB = \angle CBK$. Vì thế $AB/CK = BO/KB$.

F là trung điểm OB, D là trung điểm BK nên $BO/KB = BF/KD$. Do đó $AB/BF = CK/KD$.

Hai tam giác ABF và CKD đồng dạng theo cạnh-góc-cạnh, suy ra $\angle BFA = \angle CDK$. Tam giác ABF vuông tại B nên $\angle BFA + \angle BAF = 90^\circ$.

Vì DK nằm trên AB, đẳng thức trên cho $CD \perp AF$ tại E. Do đó $\angle CEA = 90^\circ$. Mặt khác $\angle CHA = 90^\circ$.

E và H cùng nằm trên đường tròn đường kính CA; suy ra C, H, E, A đồng viên.

Kết quả. $OA \perp BC$; $BC^2 = 2 \cdot SC \cdot HA$; $CS = 2(R - r)$; C, H, E, A đồng viên.

Lưu ý. Ở câu c, tam giác ABF vuông tại B. K là điểm phụ dùng riêng để lập đồng dạng; không nhầm với D.