



ĐỀ THAM KHẢO TP.HCM 2026-2027

Đề 12 · Lời giải chi tiết

7 câu tự luận · 120 phút · 10 điểm

Xanh dương: kiến thức · Xanh lá: kết quả · Vàng nhạt: lưu ý

Câu 1 (1,5 điểm)

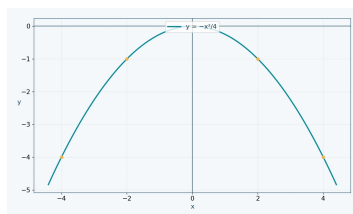
HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Đồ thị $y = ax^2$ là parabol; “tung độ bằng 2 lần hoành độ” nghĩa là $y = 2x$.

a) Lập bảng giá trị và vẽ đồ thị

x	-4	-2	0	2	4
y	-4	-1	0	-1	-4

Chấm các điểm trong bảng rồi nối bằng một đường cong mềm. Parabol có đỉnh $O(0; 0)$, trục đối xứng Oy và mở xuống vì $a = -1/4 < 0$.



Parabol $y = -x^2/4$ qua năm điểm đặc trưng, đối xứng qua trục Oy .

b) Kết hợp hai điều kiện của điểm M

Vì M thuộc (P) và $y = 2x$ nên $-x^2/4 = 2x \Leftrightarrow x^2 + 8x = 0 \Leftrightarrow x(x + 8) = 0$.

Suy ra $x = 0$ hoặc $x = -8$. Thế vào $y = 2x$: nếu $x = 0$ thì $y = 0$; nếu $x = -8$ thì $y = -16$.

Kết quả. $M_1(0; 0)$ và $M_2(-8; -16)$.**Lưu ý.** Không chia hai vế cho x , vì làm vậy sẽ bỏ mất nghiệm $x = 0$.

Câu 2 (1 điểm)

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Dùng $\Delta = b^2 - 4ac$ và Viète. Biến đổi biểu thức về tổng $S = x_1 + x_2$, tích $P = x_1x_2$.

a) Xét biệt thức

Với $a = \sqrt{3} \neq 0$, $b = -2$, $c = -\sqrt{3}$, ta có $\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot \sqrt{3} \cdot (-\sqrt{3}) = 16 > 0$. Vì vậy phương trình có hai nghiệm thực phân biệt.

b) Rút gọn trước khi thay số

Theo Viète: $S = \frac{2}{\sqrt{3}}$ và $P = -1$.

$$x_1^2 + x_2^2 = S^2 - 2P = \frac{4}{3} + 2 = \frac{10}{3}.$$

Phân phối dấu trừ: $C = 2\sqrt{3}x_1 - x_1^2 - x_2^2 - \sqrt{3}x_1 + \sqrt{3}x_2 = \sqrt{3}(x_1 + x_2) - (x_1^2 + x_2^2)$.

$$\text{Do đó } C = \sqrt{3} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} - \frac{10}{3} = 2 - \frac{10}{3} = -\frac{4}{3}.$$

Kết quả. Hai nghiệm phân biệt; $C = -\frac{4}{3}$.

Lưu ý. Dấu “-” trước $\sqrt{3}(x_1 - x_2)$ đổi dấu cả hai hạng tử trong ngoặc.

Nguồn đề: Hội đồng Bộ môn Toán TP.HCM. Biên tập lời giải: Gia Sư SV.

Mở bài luyện Đề 12 · Ôn lý thuyết và chọn đề

Người thầy tận tâm, người bạn sẻ chia.



Câu 3 (1,5 điểm)

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Xác suất bằng số trường hợp thuận lợi chia số trường hợp có thể xảy ra, khi mỗi học sinh có cơ hội được chọn như nhau.

a) Cộng đủ hai nhóm

Số học sinh nam: $12 + 4 + 5 = 21$. Số học sinh nữ: $10 + 5 + 6 = 21$.

Vậy lớp 9A có $21 + 21 = 42$ học sinh.

b) Đếm đúng biến cố B

Học sinh nữ không thích bơi gồm 10 bạn thích bóng đá và 5 bạn thích bóng rổ, tổng cộng 15 bạn.

Mẫu chọn là toàn bộ 42 học sinh nên $P(B) = \frac{15}{42} = \frac{5}{14}$.

Kết quả. 42 học sinh; $P(B) = \frac{5}{14}$.

Lưu ý. Để chọn một học sinh trong cả lớp, nên mẫu số là 42, không phải 21 học sinh nữ.

Câu 4 (1 điểm)

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Chia hình thành các phần không chồng lấn; diện tích hình thang bằng nửa tổng hai đáy nhân chiều cao.

a) Tính diện tích từng phần

Điều kiện: $0 < x < 1$ để dải ở giữa có chiều dài $2 - 2x > 0$.

Dải phía trên có diện tích $3x$. Dải giữa dài $2 - x - x = 2 - 2x$ nên có diện tích $x(2 - 2x)$.

Hình thang có đáy lớn $3 - 0,5 - 0,5 = 2$ m, đáy nhỏ x m, chiều cao x m; diện tích là $\frac{(2+x)x}{2} = x + 0,5x^2$.

Cộng lại: $S(x) = 3x + (2x - 2x^2) + (x + 0,5x^2) = 6x - 1,5x^2$ (m²).

b) Lấy toàn bộ trừ phần phun sương

Diện tích tấm bìa là $3 \cdot 2 = 6$ m².

Khi $x = 0,6$: $S = 6 \cdot 0,6 - 1,5 \cdot 0,6^2 = 3,06$ m².

Diện tích trồng rau: $6 - 3,06 = 2,94$ m².

Kết quả. $S(x) = 6x - 1,5x^2$ (m²), $0 < x < 1$; diện tích trồng rau là 2,94 m².

Lưu ý. Chiều dài dải giữa là $2 - 2x$, vì phải trừ cả dải trên và chiều cao hình thang dưới.

Câu 5 (1 điểm)

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Bán kính bằng nửa đường kính; $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ lít}$; thời gian = lượng nước bơm thêm / lưu lượng.

a) Tính dung tích

Bán kính $r = 1,6 : 2 = 0,8 \text{ m}$.

$$V = 3,14 \cdot 0,8^2 \cdot 2,3 = 4,62208 \text{ m}^3.$$

b) Tính lượng nước cần thêm

Khi máy bật, nước có thể tích $V_1 = 20\% \cdot 4,62208 = 0,924416 \text{ m}^3$.

Đổi $10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$. Khi máy ngắt, chiều cao nước là $2,3 - 0,1 = 2,2 \text{ m}$ nên $V_2 = 3,14 \cdot 0,8^2 \cdot 2,2 = 4,42112 \text{ m}^3$.

Lượng nước bơm thêm: $V_2 - V_1 = 3,496704 \text{ m}^3 = 3\,496,704 \text{ lít}$.

Đổi thời gian sang phút

$$t = \frac{3496,704}{1086} \cdot 60 \approx 193,188 \text{ phút, làm tròn được } 193 \text{ phút}.$$

Mô hình tính coi không có nước bị rút ra trong lúc bơm, vì để không cho lưu lượng sử dụng đồng thời.

Kết quả. Dung tích $4,62208 \text{ m}^3$; thời gian bơm khoảng 193 phút.

Lưu ý. Chỉ bơm phần chênh lệch giữa hai mực nước. Không lấy 80% dung tích vì máy ngắt trước khi bồn đầy.

Câu 6 (1 điểm)

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Hai người chuyển động cùng thời gian có tỉ số vận tốc bằng tỉ số quãng đường. Chạy ngược chiều trên đường khép kín: giữa hai lần gặp liên tiếp, tổng quãng đường bằng một chu vi.

a) So sánh quãng đường đến lần gặp đầu

Gọi t_1 (giờ) là thời gian đến M. Khi đó Trọng chạy $AB + BM$ mét, Quốc chạy $AC + CM$ mét.

Đổi cùng sang kilômét: $x = (AB + BM)/(1000t_1)$, $y = (AC + CM)/(1000t_1)$. Chia hai đẳng thức, ta được $\frac{x}{y} = \frac{AB + BM}{AC + CM}$.

b) Khai thác hai lần gặp liên tiếp

Gọi L là chu vi. Đến lần gặp thứ nhất, tổng quãng đường là L nên $t_1 = L/[1000(x + y)]$. Từ lần gặp thứ nhất đến lần thứ hai cũng có tổng quãng đường L , nên khoảng thời gian này cũng bằng t_1 .

Vì Trọng chạy đều, đến lần gặp thứ hai bạn đã chạy gấp đôi quãng đường ở lần gặp đầu, tức $2(a + 600)$ mét.

Theo đường đi $A \rightarrow B \rightarrow M \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow N$, quãng đường đến N là $L + AN = 2a + a\sqrt{2} + 200$.

Suy ra $2(a + 600) = 2a + a\sqrt{2} + 200 \Leftrightarrow a\sqrt{2} = 1000 \Leftrightarrow a = 500\sqrt{2} \approx 707,107$ m.

Vậy $AB = AC \approx 707$ m; $BC = a\sqrt{2} = 1000$ m. Kiểm tra $BM = 600 < BC$ và $AN = 200 < AB$, phù hợp hình.

Kết quả. $AB = AC \approx 707$ m; $BC = 1\,000$ m.

Lưu ý. Không cần tìm riêng x và y . Giữa hai lần gặp liên tiếp, tổng quãng đường luôn bằng một vòng, nên khoảng thời gian bằng nhau.

Câu 7 (3 điểm)

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn bằng 90° ; giao hai đường cao là trực tâm; tam giác đồng dạng giúp đối tích độ dài.

a) Chứng minh đồng viên và xác định trực tâm

Vì AB là đường kính nên $\angle AMB = 90^\circ$. A, K, M thẳng hàng, do đó $\angle KMB = 90^\circ$. Mặt khác $CK \perp CB$ nên $\angle KCB = 90^\circ$.

M và C cùng nằm trên đường tròn đường kính KB. Suy ra B, M, K, C đồng viên.

Trong tam giác ABD: $DC \perp AB$; $AM \perp BD$ vì B, M, D thẳng hàng. Hai đường cao DC và AM cắt nhau tại K, nên K là trực tâm. Vì vậy $BK \perp AD$, tức $BH \perp AD$.

b) Chứng minh hai hệ thức

MN là tiếp tuyến nên $MN \perp OM$. Tam giác OAM cân tại O, do đó $\angle KMO = \angle MAO$. Suy ra $\angle NMK = 90^\circ - \angle MAO$.

Tam giác ACK vuông tại C nên $\angle AKC = 90^\circ - \angle CAK$. Vì $\angle CAK = \angle MAO$ và $\angle AKC = \angle NKM$ (đối đỉnh), ta có $\angle NMK = \angle NKM$. Vậy tam giác NKM cân tại N, nên $NK = NM$.

Hai tam giác ACK và AMB đồng dạng: góc A chung, $\angle ACK = \angle AMB = 90^\circ$. Do đó $\frac{AC}{AM} = \frac{AK}{AB} \Rightarrow AK \cdot AM = AC \cdot AB$.

C là trung điểm AO nên $AC = R/2$; $AB = 2R$. Vậy $AK \cdot AM = (R/2) \cdot 2R = R^2$.

c) Tìm đường cao DC

Trong tam giác OCI vuông tại C: $CI^2 = OI^2 - OC^2 = R^2 - R^2/4 = 3R^2/4$. Do đó $CI = R\sqrt{3}/2$ và $CK = CI/2 = R\sqrt{3}/4$.

Tam giác ACK và DCB đồng dạng vì có góc C vuông và $\angle CAK = \angle CDB$ (hai góc có các cạnh tương ứng vuông góc). Suy ra $\frac{AC}{DC} = \frac{CK}{CB}$.

Với $AC = R/2$, $CB = 3R/2$, $CK = R\sqrt{3}/4$, ta có $DC = AC \cdot CB / CK = R\sqrt{3}$.

Diện tích $S_{ABD} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot DC = \frac{1}{2} \cdot 2R \cdot R\sqrt{3} = R^2\sqrt{3}$.

Kết quả. B, M, K, C đồng viên; $BH \perp AD$; $NK = NM$; $AK \cdot AM = R^2$; $S_{ABD} = R^2\sqrt{3}$.

Lưu ý. K là trực tâm của tam giác ABD, không phải tam giác ABC. Diện tích cần dùng đường cao DC ứng với đáy AB.