



ĐỀ THAM KHẢO TP.HCM 2026-2027

## Đề 13 · Đề và lời giải từng bước

7 câu tự luận · 120 phút · 10 điểm

Xanh dương: kiến thức · Xanh lá: kết quả · Vàng nhạt: lưu ý

### Câu 1 (1,5 điểm)

Cho hàm số  $y = 2x^2$  có đồ thị (P).

- Vẽ (P) trên hệ trục tọa độ.
- Tìm các điểm thuộc (P) có tung độ bằng 16.

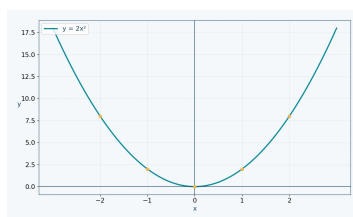
#### HƯỚNG DẪN GIẢI

**Kiến thức cần dùng.** Tung độ là y. Khi y đã biết, thay vào công thức hàm số để tìm x.

#### a) Lập bảng giá trị

| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
|---|----|----|---|---|---|
| y | 8  | 2  | 0 | 2 | 8 |

Parabol có đỉnh  $O(0; 0)$ , trục đối xứng Oy, mở lên. Chấm các điểm trong bảng rồi vẽ đường cong đối xứng.

Parabol  $y = 2x^2$  và hai điểm có tung độ bằng 16.

#### b) Giải điều kiện $y = 16$

$$2x^2 = 16 \Leftrightarrow x^2 = 8 \Leftrightarrow x = \pm 2\sqrt{2}.$$

Với mỗi giá trị x, tung độ đều bằng 16.

**Kết quả.** Hai điểm  $(-2\sqrt{2}; 16)$  và  $(2\sqrt{2}; 16)$ .**Lưu ý.** Phương trình  $x^2 = 8$  có hai nghiệm đối nhau; không chỉ lấy căn dương.

## Câu 2 (1 điểm)

Cho phương trình  $-x^2 + 10x + 8 = 0$ .

a) Chứng minh phương trình có hai nghiệm phân biệt.

b) Gọi hai nghiệm là  $x_1, x_2$ . Không giải phương trình, tính  $A = (x_1 - x_2)(x_1^2 - x_2^2)$ .

### HƯỚNG DẪN GIẢI

**Kiến thức cần dùng.** Dùng  $x_1^2 - x_2^2 = (x_1 - x_2)(x_1 + x_2)$  và  $(x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2$ .

#### a) Xét biệt thức

$\Delta = 10^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 8 = 132 > 0$ . Vậy phương trình có hai nghiệm thực phân biệt.

#### b) Chuyển về tổng và tích

Theo Viète:  $S = x_1 + x_2 = 10$ ,  $P = x_1x_2 = -8$ .

$A = (x_1 - x_2)^2(x_1 + x_2) = (S^2 - 4P)S$ .

Thay số:  $A = [10^2 - 4 \cdot (-8)] \cdot 10 = 132 \cdot 10 = 1320$ .

**Kết quả.**  $A = 1320$ .

**Lưu ý.** Tích hai hiệu đối dấu cùng lúc khi đổi tên nghiệm, nên kết quả không phụ thuộc cách gọi  $x_1, x_2$ .

Nguồn đề: Hội đồng Bộ môn Toán TP.HCM. Biên tập lời giải: Gia Sư SV.

Mở bài luyện Đề 13 · Ôn lý thuyết và chọn đề

Người thầy tận tâm, người bạn sẻ chia.



Câu 3 (1,5 điểm)

Khảo sát 440 học sinh khối 9 ở trường THCS A, mỗi học sinh chọn một môn thể thao yêu thích nhất. Biểu đồ cho: cầu lông 25%, bóng đá 35%, bóng bàn 15%, bóng chuyền 25%.

440 học sinh · Mỗi bạn chọn một môn

| Môn thể thao | Tỷ lệ (%) |
|--------------|-----------|
| Cầu lông     | 25%       |
| Bóng đá      | 35%       |
| Bóng bàn     | 15%       |
| Bóng chuyền  | 25%       |

Tỉ lệ lựa chọn bốn môn thể thao của 440 học sinh.

a) Tính số học sinh yêu thích từng môn.  
b) Cô giáo chọn ngẫu nhiên một học sinh trong khối. Tính xác suất bạn được chọn không thích cầu lông.

HƯỚNG DẪN GIẢI

**Kiến thức cần dùng.** Số học sinh = tổng số × tỉ lệ. Biến cố “không thích cầu lông” là phần bù của “thích cầu lông”.

a) Đổi tỉ lệ thành số học sinh

| Môn         | Phép tính         | Số học sinh |
|-------------|-------------------|-------------|
| Cầu lông    | $440 \times 25\%$ | 110         |
| Bóng đá     | $440 \times 35\%$ | 154         |
| Bóng bàn    | $440 \times 15\%$ | 66          |
| Bóng chuyền | $440 \times 25\%$ | 110         |

Kiểm tra:  $110 + 154 + 66 + 110 = 440$ .

b) Tính xác suất

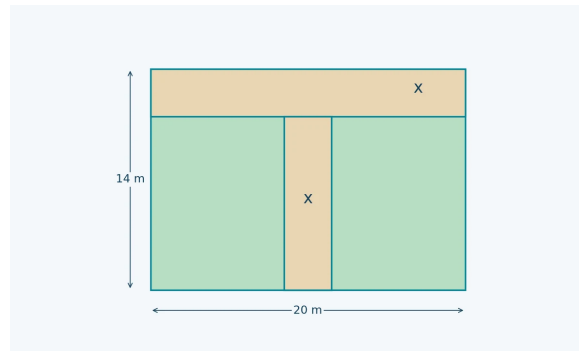
Có  $440 - 110 = 330$  học sinh không chọn cầu lông.  
 $P = \frac{330}{440} = \frac{3}{4} = 75\%$ . Có thể tính nhanh:  $1 - 25\% = 75\%$ .

**Kết quả.** Cầu lông 110; bóng đá 154; bóng bàn 66; bóng chuyền 110; xác suất  $\frac{3}{4}$ .

**Lưu ý.** Chỉ cộng số học sinh của ba môn ngoài cầu lông, không cộng lại cả 440.

#### Câu 4 (1 điểm)

Vườn hoa hình chữ nhật dài 20 m, rộng 14 m. Một lối đi ngang sát cạnh trên và một lối đi dọc ở giữa đều rộng  $x$  m. Phần đất còn lại trồng hoa.



Hai lối đi rộng  $x$  trong vườn  $20\text{ m} \times 14\text{ m}$ ; phần còn lại để trồng hoa.

- Viết diện tích trồng hoa  $S$  theo  $x$ .
- Tìm  $x$  khi  $S = 187\text{ m}^2$ .

#### HƯỚNG DẪN GIẢI

**Kiến thức cần dùng.** Ghép hai phần trồng hoa thành hình chữ nhật có kích thước  $20 - x$  và  $14 - x$ .

#### a) Biểu diễn diện tích

Điều kiện  $0 < x < 14$ . Sau khi trừ lối đi, tổng chiều dài phần trồng hoa là  $20 - x$ , chiều rộng là  $14 - x$ .

$$S(x) = (20 - x)(14 - x) = x^2 - 34x + 280 \text{ (m}^2\text{)}.$$

#### b) Giải phương trình và chọn nghiệm

$$(20 - x)(14 - x) = 187 \Leftrightarrow x^2 - 34x + 93 = 0 \Leftrightarrow (x - 3)(x - 31) = 0.$$

Hai nghiệm  $x = 3$  và  $x = 31$ . Điều kiện  $0 < x < 14$  chỉ nhận  $x = 3$ .

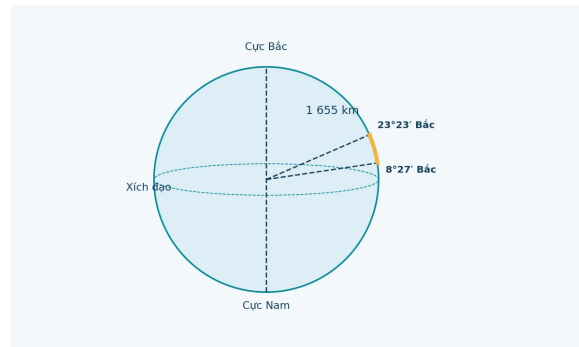
$$\text{Kiểm tra: } (20 - 3)(14 - 3) = 17 \cdot 11 = 187\text{ m}^2.$$

**Kết quả.**  $S(x) = (20 - x)(14 - x)\text{ m}^2$ ; lối đi rộng 3 m.

**Lưu ý.** Nếu cộng diện tích hai lối đi, phải trừ phần giao  $x^2$  một lần. Cách ghép phần trồng hoa giúp tránh đếm trùng.

## Câu 5 (1 điểm)

Theo dữ kiện bài toán, vị trí Việt Nam trải dọc một cung kinh tuyến từ vĩ độ  $23^{\circ}23'$  Bắc đến  $8^{\circ}27'$  Bắc, với độ dài khoảng 1 655 km. Coi Trái Đất là hình cầu; diện tích mặt cầu  $S = 4\pi R^2$ , lấy  $\pi = 3,14$ .



Cung kinh tuyến giữa hai vĩ độ Bắc; góc ở tâm bằng hiệu hai vĩ độ.

- Tính độ dài một kinh tuyến (nửa đường tròn nối hai cực), rồi tính bán kính Trái Đất. Các kết quả làm tròn đến hàng trăm.
- Giả sử rừng chiếm 20% diện tích bề mặt, trong đó rừng nhiệt đới chiếm 10% diện tích rừng. Tính diện tích rừng nhiệt đới, làm tròn đến hàng trăm  $\text{km}^2$ .

### HƯỚNG DẪN GIẢI

**Kiến thức cần dùng.** Độ dài cung tỉ lệ với góc ở tâm. Một kinh tuyến nối hai cực ứng với  $180^{\circ}$ , dài  $\pi R$ . Giữ số chưa làm tròn khi tính tiếp.

#### a) Tính góc ở tâm và kinh tuyến

$$23^{\circ}23' - 8^{\circ}27' = 22^{\circ}83' - 8^{\circ}27' = 14^{\circ}56' = 224/15 \text{ độ}.$$

Gọi  $L$  là độ dài kinh tuyến. Theo tỉ lệ cung:  $L/1655 = 180/(224/15)$ .

$$L = 4468500/224 \approx 19948,6607 \text{ km. Làm tròn đến hàng trăm: } L \approx 19900 \text{ km.}$$

$$\text{Bán kính } R = L/\pi = 4468500/(224 \cdot 3,14) \approx 6353,0767 \text{ km. Làm tròn đến hàng trăm: } R \approx 6400 \text{ km.}$$

#### b) Dùng bán kính chưa làm tròn

Rừng nhiệt đới chiếm  $20\% \cdot 10\% = 2\%$  diện tích bề mặt.

$$S_{\text{nhiệt đới}} = 0,02 \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot [4468500/(224 \cdot 3,14)]^2 \approx 10138829,6635 \text{ km}^2.$$

$$\text{Làm tròn đến hàng trăm: } S_{\text{nhiệt đới}} \approx 10138800 \text{ km}^2.$$

**Kết quả.** Kinh tuyến  $\approx 19\,900 \text{ km}$ ; bán kính  $\approx 6\,400 \text{ km}$ ; diện tích rừng nhiệt đới  $\approx 10\,138\,800 \text{ km}^2$ .

**Lưu ý.** 19 948,66 làm tròn đến hàng trăm là 19 900, vì chữ số hàng chục là 4. Không dùng  $R = 6\,400$  đã làm tròn để tính câu b. Các tỉ lệ rừng là giả thiết của bài toán.

## Câu 6 (1 điểm)

Hai cây nến ban đầu dài bằng nhau, làm bằng vật liệu khác nhau. Cây thứ nhất cháy hết trong 3 giờ; cây thứ hai cháy hết trong 4 giờ. Đốt cả hai cùng lúc, coi mỗi cây cháy đều. Sau bao lâu phần còn lại của cây thứ hai dài gấp đôi phần còn lại của cây thứ nhất?

### HƯỚNG DẪN GIẢI

**Kiến thức cần dùng.** Chuẩn hóa chiều dài ban đầu bằng 1. Sau  $t$  giờ, phần còn lại bằng 1 trừ phần đã cháy.

#### Bước 1. Biểu diễn chiều dài còn lại

Gọi  $t$  (giờ) là thời gian cần tìm,  $0 < t < 3$ . Mỗi giờ cây thứ nhất cháy  $1/3$ , cây thứ hai cháy  $1/4$  chiều dài ban đầu.

Phần còn lại tương ứng:  $1 - t/3$  và  $1 - t/4$ .

#### Bước 2. Lập và giải phương trình

$1 - t/4 = 2(1 - t/3)$ . Nhân cả hai vế với 12:  $12 - 3t = 24 - 8t$ .

Suy ra  $5t = 12 \Rightarrow t = 12/5 = 2,4$  giờ, thỏa  $0 < t < 3$ .

#### Bước 3. Đổi đơn vị và kiểm tra

$0,4$  giờ =  $0,4 \cdot 60 = 24$  phút.

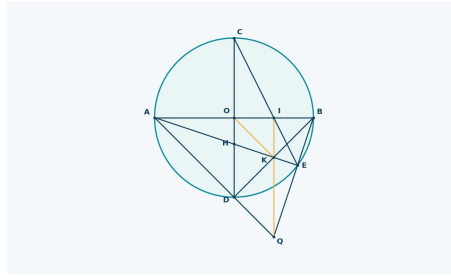
Khi đó cây thứ nhất còn  $1 - 2,4/3 = 0,2$ ; cây thứ hai còn  $1 - 2,4/4 = 0,4$  chiều dài ban đầu. Đúng là  $0,4 = 2 \cdot 0,2$ .

**Kết quả.** Sau 2 giờ 24 phút.

**Lưu ý.** 2,4 giờ không phải 2 giờ 40 phút. Nhân phần lẻ của giờ với 60 để đổi sang phút.

## Câu 7 (3 điểm)

Đường tròn  $(O; R)$  có hai đường kính  $AB, CD$  vuông góc tại  $O$ .  $I$  là trung điểm  $OB$ . Tia  $CI$  cắt đường tròn tại điểm thứ hai  $E$ ;  $H = AE \cap CD$ .



Hai đường kính  $AB, CD$  vuông góc;  $I$  là trung điểm  $OB$ ;  $Q = AD \cap BE$ .

- Chứng minh  $O, I, E, D$  đồng viên và  $CO \cdot CD = CI \cdot CE$ .
- Chứng minh  $AH \cdot AE = 2R^2$  và  $OA = 3OH$ .
- $K$  là hình chiếu vuông góc của  $O$  trên  $BD$ ,  $Q = AD \cap BE$ . Chứng minh  $Q, K, I$  thẳng hàng.

### HƯỚNG DẪN GIẢI

**Kiến thức cần dùng.** Kết hợp góc nội tiếp chắn nửa đường tròn, đồng dạng, phân giác, trọng tâm và trực tâm.

#### a) Đồng viên và tích độ dài

$\angle IOD = 90^\circ$  vì  $AB \perp CD$ .  $\angle IED = \angle CED = 90^\circ$  vì  $CD$  là đường kính. Vậy  $O$  và  $E$  cùng nằm trên đường tròn đường kính  $ID$ .

Hai tam giác  $COI$  và  $CED$  đồng dạng (góc  $C$  chung, góc  $O$  và  $E$  vuông), nên  $CO/CE = CI/CD \Rightarrow CO \cdot CD = CI \cdot CE$ .

#### b) Chứng minh $AH \cdot AE$ và tỉ số $OA/OH$

$\angle AEB = 90^\circ$ . Hai tam giác  $AOH$  và  $AEB$  đồng dạng (góc  $A$  chung, góc  $O$  và  $E$  vuông). Do đó  $AO/AE = AH/AB \Rightarrow AH \cdot AE = AO \cdot AB = 2R^2$ .

Vì  $I$  là trung điểm  $OB$ :  $IA = 3R/2$ ,  $IB = R/2$ , nên  $IA/IB = 3$ .

Hai bán kính  $OC, OB$  vuông góc nên cung nhỏ  $CB$  có số đo  $90^\circ$ . Suy ra  $\angle CEB = \angle CDB = 45^\circ$ . Vì  $\angle AEB = 90^\circ$  và  $E, I, C$  thẳng hàng,  $\angle AEI = \angle IEB = 45^\circ$ .

$EI$  là phân giác trong tam giác  $AEB$ . Theo định lý phân giác:  $EA/EB = IA/IB = 3$ .

Từ tam giác  $AOH$  đồng dạng  $AEB$ :  $OA/OH = AE/EB = 3$ . Vậy  $OA = 3OH$ .

#### c) Nối trọng tâm với trực tâm

$OA = OD = R$  và  $OA = 3OH$  nên  $OH = OD/3$ .  $H$  nằm trên đoạn  $OD$ , do đó  $DH = 2DO/3$ . Trong tam giác  $ADB$ ,  $DO$  là trung tuyến, nên  $H$  là trọng tâm.

Tam giác  $OBD$  cân tại  $O$ , đường cao  $OK$  cũng là trung tuyến;  $K$  là trung điểm  $BD$ . Vì  $AK$  là trung tuyến tam giác  $ADB$  nên  $A, H, K$  thẳng hàng. Kết hợp  $A, H, E$  thẳng hàng, ta được  $A, E, K$  thẳng hàng.

Trong tam giác  $QAB$ :  $BD \perp QA$  vì  $\angle ADB = 90^\circ$ ;  $AK \perp QB$  vì  $A, E, K$  thẳng hàng và  $\angle AEB = 90^\circ$ . Hai đường cao  $BD, AK$  gặp tại  $K$  nên  $K$  là trực tâm, suy ra  $QK \perp AB$ .

Trong tam giác  $OBD$ ,  $I$  là trung điểm  $OB$  và  $K$  là trung điểm  $BD$  nên  $IK \parallel OD$ . Vì  $OD \perp AB$  nên  $IK \perp AB$ .

Qua  $K$  chỉ có một đường vuông góc  $AB$ , do đó  $QK$  và  $IK$  trùng nhau;  $Q, K, I$  thẳng hàng.

**Kết quả.**  $O, I, E, D$  đồng viên;  $CO \cdot CD = CI \cdot CE$ ;  $AH \cdot AE = 2R^2$ ;  $OA = 3OH$ ;  $Q, K, I$  thẳng hàng.

**Lưu ý.** Ở câu c,  $H$  là trọng tâm tam giác  $ADB$  còn  $K$  là trực tâm tam giác  $QAB$ . Phân biệt hai tam giác để không dùng nhầm tính chất.