



ĐỀ THAM KHẢO TP.HCM 2026-2027

Đề 14 · Đề và lời giải từng bước

7 câu tự luận · 120 phút · 10 điểm

Xanh dương: kiến thức · Xanh lá: kết quả · Vàng nhạt: lưu ý

Câu 1 (1,5 điểm)

Cho hàm số (P): $y = x^2$.

a) Vẽ đồ thị (P).

b) Bằng phép toán, tìm những điểm M thuộc (P) có tung độ bằng hai lần hoành độ.

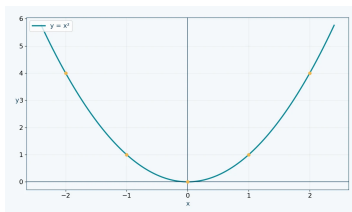
HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Tung độ bằng hai lần hoành độ tương đương $y = 2x$.

a) Lập bảng và vẽ parabol

x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

Parabol có đỉnh O(0; 0), trục đối xứng Oy, mở lên, đi qua năm điểm trong bảng.

Parabol $y = x^2$ qua các điểm $(\pm 1; 1)$, $(\pm 2; 4)$.

b) Giải điều kiện của M

Từ $y = x^2$ và $y = 2x$: $x^2 = 2x \Leftrightarrow x(x - 2) = 0$. $x = 0 \Rightarrow y = 0$; $x = 2 \Rightarrow y = 4$.**Kết quả.** $M_1(0; 0)$, $M_2(2; 4)$.**Lưu ý.** Không chia phương trình cho x; cần giữ nghiệm gốc tọa độ.

Câu 2 (1 điểm)

Cho phương trình $3x^2 - 11x - 7 = 0$.

a) Chứng minh có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

b) Không giải phương trình, tính $A = (\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1})(x_1 - x_2)$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Quy đồng hiệu hai phân thức rồi dùng $(x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2$.

a) Xét Δ

$\Delta = (-11)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-7) = 205 > 0$ nên có hai nghiệm thực phân biệt.

b) Quy đồng và dùng Viète

Theo Viète: $S = x_1 + x_2 = 11/3$, $P = x_1x_2 = -7/3 \neq 0$. Vì vậy cả hai mẫu x_1, x_2 đều khác 0.

$$A = \frac{x_1 - x_2}{x_1x_2}(x_1 - x_2) = \frac{(x_1 - x_2)^2}{x_1x_2} = \frac{S^2 - 4P}{P}.$$

$S^2 - 4P = 121/9 + 28/3 = 205/9$. Do đó $A = (205/9) : (-7/3) = -205/21$.

Kết quả. $A = -\frac{205}{21}$.

Lưu ý. Hiệu $1/x_2 - 1/x_1$ có tử $x_1 - x_2$. Đảo thứ tự tử sẽ làm sai dấu đáp số.

Nguồn đề: Hội đồng Bộ môn Toán TP.HCM. Biên tập lời giải: Gia Sư SV.

Mở bài luyện Đề 14 · Ôn lý thuyết và chọn đề

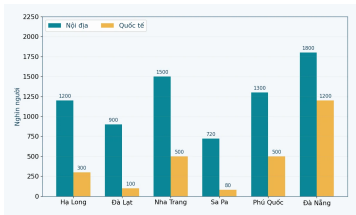
Người thầy tận tâm, người bạn sẽ chia.



Câu 3 (1,5 điểm)

Biểu đồ cột kép trong đề biểu diễn số khách nội địa và quốc tế tại sáu địa điểm năm 2022, đơn vị nghìn người. Số liệu:

Địa điểm	Nội địa	Quốc tế
Hạ Long	1200	300
Đà Lạt	900	100
Nha Trang	1500	500
Sa Pa	720	80
Phú Quốc	1300	500
Đà Nẵng	1800	1200



Số khách nội địa và quốc tế của sáu địa điểm theo dữ kiện đề bài.

- a) Địa điểm nào có tỉ lệ khách quốc tế so với tổng khách cao nhất, thấp nhất?
b) Chọn ngẫu nhiên một địa điểm trong biểu đồ. Tính $P(A)$, $P(B)$, với A: “Tổng khách dưới 2 000 nghìn người”; B: “Tỉ lệ khách quốc tế từ 20% trở lên”.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Tỉ lệ quốc tế = khách quốc tế / (nội địa + quốc tế). Có sáu địa điểm nên mỗi biến cố dùng mẫu số 6.

a) Tính tổng và tỉ lệ

Địa điểm	Tổng (nghìn)	Tỉ lệ quốc tế
Hạ Long	1500	20%
Đà Lạt	1000	10%
Nha Trang	2000	25%
Sa Pa	800	10%
Phú Quốc	1800	$500/1800 \approx 27,8\%$
Đà Nẵng	3000	40%

Cao nhất là Đà Nẵng (40%); thấp nhất là Đà Lạt và Sa Pa (cùng 10%).

b) Đếm số địa điểm thỏa điều kiện

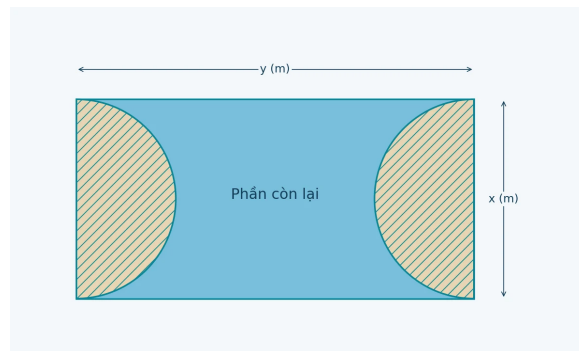
A gồm Hạ Long, Đà Lạt, Sa Pa, Phú Quốc: có 4 địa điểm. Nha Trang có đúng 2000 nên không thuộc A.
 $P(A) = 4/6 = 2/3$.
B gồm Hạ Long, Nha Trang, Phú Quốc, Đà Nẵng: có 4 địa điểm. Hạ Long đạt đúng 20% nên vẫn thuộc B.
 $P(B) = 4/6 = 2/3$.

Kết quả. Cao nhất: Đà Nẵng; thấp nhất: Đà Lạt và Sa Pa. $P(A) = P(B) = 2/3$.

Lưu ý. Đã sửa lỗi đếm trong lời dẫn nguồn: biểu đồ thực tế có 6 địa điểm. “Dưới 2000” không gồm 2000; “từ 20%” có gồm 20%.

Câu 4 (1 điểm)

Tấm bìa hình chữ nhật có chiều rộng x m, chiều dài y m. Cắt bỏ ở hai đầu hai nửa hình tròn có đường kính bằng chiều rộng x , như hình.



Hai phần cắt bỏ là hai nửa hình tròn đường kính x , ghép thành một hình tròn.

- Viết biểu thức diện tích tấm bìa còn lại.
- Biết chiều dài gấp đôi chiều rộng và diện tích còn lại là $19,44 \text{ m}^2$. Tìm kích thước ban đầu, lấy $\pi \approx 3,14$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Hai nửa hình tròn ghép thành một hình tròn bán kính $x/2$. Diện tích còn lại = diện tích chữ nhật – diện tích bị cắt.

a) Viết công thức tổng quát

Diện tích ban đầu xy . Tổng diện tích hai phần cắt là $\pi(x/2)^2 = \pi x^2/4$.

Vậy $A(x, y) = xy - \pi x^2/4 \text{ (m}^2\text{)}$. Khi y được giữ cố định, có thể kí hiệu $A(x)$ như bản đề gốc.

b) Thay quan hệ $y = 2x$

Với $x > 0$ và $y = 2x$: $2x^2 - 3,14x^2/4 = 19,44 \Leftrightarrow 1,215x^2 = 19,44$.

Suy ra $x^2 = 16$. Nhận $x = 4 \text{ m}$, loại $x = -4$ vì chiều rộng phải dương.

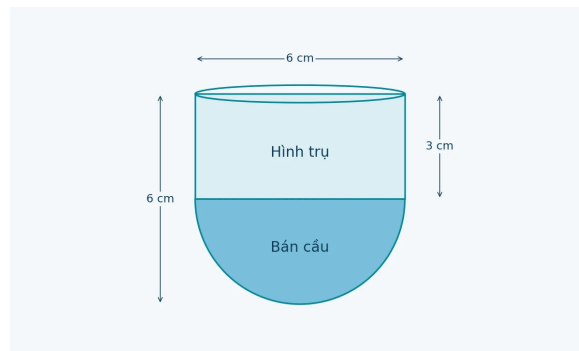
Chiều dài $y = 2 \cdot 4 = 8 \text{ m}$. Kiểm tra: $4 \cdot 8 - 3,14 \cdot 2^2 = 19,44 \text{ m}^2$.

Kết quả. $A = xy - \pi x^2/4$; chiều rộng 4 m , chiều dài 8 m .

Lưu ý. Chỉ thay $y = 2x$ khi sử dụng giả thiết câu b. Ở câu a, diện tích còn phụ thuộc cả chiều dài và chiều rộng.

Câu 5 (1 điểm)

Một kiểu ly có phần chứa chất lỏng cao 6 cm, đường kính miệng 6 cm; gồm phần trên hình trụ cao 3 cm và phần đáy là nửa khối cầu cùng đường kính.



Phần chứa của ly gồm hình trụ cao 3 cm và bán cầu bán kính 3 cm.

a) Tính dung tích tối đa của ly. Cho $V_{\text{trụ}} = \pi r^2 h$, $V_{\text{cầu}} = \frac{4}{3}\pi R^3$.

b) Trong bài toán, ông Giáp chuẩn bị rượu vang cho bữa tiệc 12 người (đã gồm ông Giáp). Mỗi người dùng 4 ly, mỗi ly rót 60% dung tích. Mỗi chai có 0,85 lít. Cần ít nhất bao nhiêu chai?

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Cộng thể tích các khối không chồng lấn. Số chai cần đủ dùng phải làm tròn lên số nguyên.

a) Cộng hai phần thể tích

Bán kính chung $r = 6 : 2 = 3$ cm.

Phần trụ: $\pi \cdot 3^2 \cdot 3 = 27\pi$ cm³. Bán cầu: $(1/2) \cdot (4/3)\pi \cdot 3^3 = 18\pi$ cm³.

Dung tích tối đa $V = 27\pi + 18\pi = 45\pi$ cm³ $\approx 141,37$ cm³.

b) Tính tổng lượng và số chai

Tổng số ly: $12 \cdot 4 = 48$. Mỗi ly có $60\% \cdot 45\pi = 27\pi$ cm³.

Tổng thể tích: $48 \cdot 27\pi = 1296\pi$ cm³. Một chai 0,85 lít = 850 cm³.

$1296\pi / 850 \approx 4,79$ chai. Bốn chai không đủ, năm chai đủ.

Kết quả. Dung tích 45π cm³; cần ít nhất 5 chai.

Lưu ý. 60% là phần thể tích được rót, không phải 60% chiều cao. Không cộng thêm một người vì 12 đã bao gồm chủ tiệc.

Câu 6 (1 điểm)

Lúc 7 giờ, Quốc đi từ A, dự định đến B gặp Khánh lúc 9 giờ 30 phút. Đến 9 giờ, Quốc biết Khánh bắt đầu đi từ B đến C (C không trên đường AB) với vận tốc bằng 3,25 lần vận tốc ban đầu của Quốc. Quốc tăng tốc thêm 1 km/h và khi đến B đi đường tắt đến C, dài bằng $\frac{1}{3}$ đường Khánh đi. Hai người đến C cùng lúc. Nếu Khánh cũng đi đường tắt thì đến trước Quốc 2 giờ. Tính vận tốc ban đầu của Quốc.



Từ 9 giờ: Quốc còn đoạn NB và đi đường tắt; Khánh đi tuyến dài từ B tới C.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. So sánh thời gian từ cùng mốc 9 giờ. Đặt y là độ dài tuyến dài, đường tắt bằng $y/3$.

Bước 1. Đặt ẩn và tính phần đường còn lại

Gọi $x > 0$ (km/h) là vận tốc ban đầu của Quốc; $y > 0$ (km) là tuyến dài $B \rightarrow C$ của Khánh. Khánh đi với vận tốc $3,25x$.

$AB = 2,5x$. Đến 9 giờ, Quốc đã đi $2x$ nên còn $0,5x$ km đến B. Sau đó vận tốc là $x + 1$.

Bước 2. Lập hai quan hệ thời gian

Cùng đến C: $\frac{0,5x + y/3}{x + 1} = \frac{y}{3,25x}$ (1).

Nếu Khánh đi đường tắt, thời gian giảm 2 giờ: $\frac{y}{3,25x} - \frac{y}{9,75x} = 2$ (2).

Từ (2): $2y/(9,75x) = 2 \Rightarrow y = 9,75x$.

Bước 3. Giải và kiểm tra

Thế vào (1): $(0,5x + 3,25x)/(x + 1) = 3 \Rightarrow 3,75x = 3x + 3 \Rightarrow x = 4$.

Khi $x = 4$: vận tốc mới của Quốc 5 km/h, Khánh 13 km/h, $y = 39$ km, đường tắt 13 km.

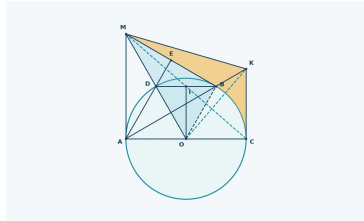
Từ 9 giờ, Quốc cần $(2 + 13)/5 = 3$ giờ; Khánh đi tuyến dài cần $39/13 = 3$ giờ. Nếu đi tắt, Khánh chỉ cần $13/13 = 1$ giờ, sớm hơn 2 giờ.

Kết quả. Vận tốc ban đầu của Quốc là 4 km/h.

Lưu ý. Vận tốc Khánh là $3,25x$, không phải $3,25(x + 1)$. Hai phương trình đều tính từ mốc 9 giờ.

Câu 7 (3 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$ đường kính AC . Trên tiếp tuyến tại A lấy $M \neq A$, $AM > AO$. Từ M kẻ tiếp tuyến MB với (O) , $B \neq A$.



Hai tiếp tuyến MA , MB , cát tuyến AED và vùng giới hạn bởi MB , cung nhỏ BC , CK , KM .

- Chứng minh $MAOB$ nội tiếp và $OM \perp AB$.
- D là giao điểm của đoạn MO với (O) ; tia AD cắt MB tại E . Kẻ $OI \perp DB$ tại I . Chứng minh $\angle DAB = \angle IOB$ và $EB^2 = ED \cdot EA$.
- Tiếp tuyến tại C cắt đường thẳng AB tại K . Với $AM = R\sqrt{3}$, chứng minh $OK \perp MC$ và tính diện tích hình giới hạn bởi MB , cung nhỏ BC , CK , KM .

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Dùng đường tròn đường kính OM , đồng dạng tiếp tuyến–cát tuyến. Khi tính miền cong, xác định đủ các phần phải trừ.

a) Nội tiếp và vuông góc

$OA \perp MA$, $OB \perp MB$ nên $\angle MAO = \angle MBO = 90^\circ$. A, B cùng thuộc đường tròn đường kính MO ; $MAOB$ nội tiếp. $MA = MB$ và $OA = OB$ nên M, O cùng nằm trên đường trung trực AB . Suy ra $OM \perp AB$.

b) Góc bằng nhau và tích đoạn thẳng

$OB = OD$ nên tam giác OBD cân tại O . $OI \perp BD$ cũng là phân giác $\angle BOD$, do đó $\angle IOB = (1/2)\angle BOD$. $\angle DAB$ là góc nội tiếp chắn cung DB nên $\angle DAB = (1/2)\angle DOB = \angle IOB$.
Vì $EB \perp OB$ và $BI \perp OI$, $\angle EBD = \angle IOB = \angle EAB$. Lại có $\angle BED = \angle AEB$ do E, D, A thẳng hàng.
Hai tam giác EBD và EAB đồng dạng. Suy ra $EB/EA = ED/EB \Rightarrow EB^2 = ED \cdot EA$.

c1) Tính CK và chứng minh $OK \perp MC$

Tam giác MAO vuông tại A , $\tan \angle AOM = AM/OA = \sqrt{3}$ nên $\angle AOM = 60^\circ$. OM phân giác $\angle AOB$, do đó $\angle AOB = 120^\circ$.

Tam giác AOB cân nên $\angle OAB = 30^\circ$. Trong tam giác ACK vuông tại C : $CK = AC \cdot \tan 30^\circ = 2R\sqrt{3}/3$.

Hai tam giác OCK và MAC vuông lần lượt tại C, A ; $OC/CK = \sqrt{3}/2 = MA/AC$. Chúng đồng dạng, nên $\angle KOC = \angle AMC$.

Vì $\angle AMC + \angle ACM = 90^\circ$ và OC cùng phương AC , suy ra $OK \perp MC$.

c2) Tính đúng miền được giới hạn

$OK = \sqrt{OC^2 + CK^2} = R\sqrt{21}/3$; $MC = \sqrt{AM^2 + AC^2} = R\sqrt{7}$.

Tứ giác $OMKC$ có hai đường chéo vuông góc, nên $S_{OMKC} = OK \cdot MC/2 = 7R^2\sqrt{3}/6$.

B nằm trong miền $OMKC$. Miền cần tìm được tạo bằng cách bỏ **cả tam giác OMB và quạt tròn OBC** khỏi tứ giác $OMKC$.

Do $OB \perp MB$ và $MB = MA = R\sqrt{3}$: $S_{OMB} = OB \cdot MB/2 = R^2\sqrt{3}/2$.

$\angle BOC = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$, nên $S_{\text{quạt } OBC} = \pi R^2/6$.

Vậy $S = 7R^2\sqrt{3}/6 - R^2\sqrt{3}/2 - \pi R^2/6 = \frac{R^2(4\sqrt{3} - \pi)}{6}$.

Kết quả. $MAOB$ nội tiếp; $OM \perp AB$; $\angle DAB = \angle IOB$; $EB^2 = ED \cdot EA$; $OK \perp MC$; $S = \frac{R^2(4\sqrt{3} - \pi)}{6}$.

Lưu ý. Đỉnh chính đáp án nguồn câu c: chỉ trừ quạt OBC là chưa đủ, còn phải trừ tam giác OMB . Vì vậy hệ số đúng là $4\sqrt{3}$, không phải $7\sqrt{3}$.