



ĐỀ THAM KHẢO TP.HCM 2026-2027

Đề 15 · Đề và lời giải từng bước

7 câu tự luận · 120 phút · 10 điểm

Xanh dương: kiến thức · Xanh lá: kết quả · Vàng nhạt: lưu ý

Câu 1 (1,5 điểm)

Trong mặt phẳng Oxy, cho parabol (P): $y = -\frac{x^2}{4}$.

a) Vẽ (P).

b) Tìm các điểm M thuộc (P), khác gốc tọa độ, có hoành độ bằng 2 lần tung độ.

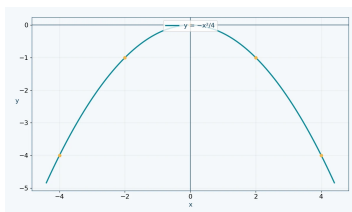
HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Hoành độ là x, tung độ là y; điều kiện lần này là $x = 2y$, tức $y = x/2$.

a) Lập bảng và vẽ

x	-4	-2	0	2	4
y	-4	-1	0	-1	-4

Parabol có đỉnh O, trục đối xứng Oy, mở xuống và đi qua các điểm trong bảng.



Parabol $y = -x^2/4$ và điểm $M(-2; -1)$ thỏa $x = 2y$.

b) Kết hợp điều kiện rồi loại gốc tọa độ

$$-x^2/4 = x/2 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow x(x + 2) = 0.$$

Nghiệm $x = 0$ cho $O(0; 0)$, bị loại theo yêu cầu. Nghiệm $x = -2$ cho $y = -1$.

Kết quả. $M(-2; -1)$.

Lưu ý. Đọc đúng thứ tự “hoành độ bằng 2 lần tung độ”; không đổi thành $y = 2x$.

Câu 2 (1 điểm)

Cho phương trình $x^2 + x - 2026 = 0$.

a) Chứng minh phương trình có hai nghiệm trái dấu x_1, x_2 .

b) Không giải phương trình, tính $B = x_1(x_1 + \frac{2025}{2026}x_2) + x_2^2$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Khi $ac < 0$, phương trình bậc hai có hai nghiệm trái dấu. Dùng tổng và tích để tính biểu thức.

a) Chứng minh hai nghiệm trái dấu

$a = 1, c = -2026$ nên $ac < 0$. Cụ thể $\Delta = 1 + 4 \cdot 2026 = 8105 > 0$, và tích hai nghiệm $c/a = -2026 < 0$. Vậy hai nghiệm thực phân biệt trái dấu.

b) Biến đổi B

Theo Viète: $S = x_1 + x_2 = -1, P = x_1x_2 = -2026$.

$$x_1^2 + x_2^2 = S^2 - 2P = 1 + 4052 = 4053.$$

$$B = x_1^2 + x_2^2 + (2025/2026)x_1x_2 = 4053 + (2025/2026)(-2026) = 4053 - 2025 = 2028.$$

Kết quả. Hai nghiệm trái dấu; $B = 2028$.

Lưu ý. Tích âm dùng để kết luận trái dấu; khi thay $P = -2026$ phải giữ dấu âm.

Nguồn đề: Hội đồng Bộ môn Toán TP.HCM. Biên tập lời giải: Gia Sư SV.

Mở bài luyện Đề 15 · Ôn lý thuyết và chọn đề

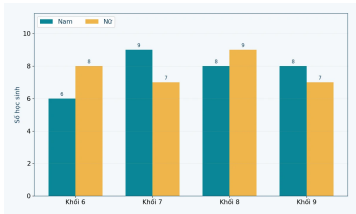
Người thầy tận tâm, người bạn sẻ chia.



Câu 3 (1,5 điểm)

Biểu đồ cột kép cho số học sinh một trường THCS tham gia giải thể thao cấp phường. Nhà trường chọn ngẫu nhiên một em trong nhóm tham gia để dự lễ tuyên dương. Số liệu:

Khối	Nam	Nữ
6	6	8
7	9	7
8	8	9
9	8	7



Số học sinh nam, nữ tham gia thể thao ở bốn khối 6, 7, 8, 9.

- a) Tính tổng số học sinh tham gia.
- b) Tính xác suất A: “Học sinh được chọn là nam”.
- c) Tính xác suất B: “Học sinh được chọn đang học lớp 9”.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Mỗi học sinh là một kết quả có thể được chọn. Cộng đúng theo giới tính hoặc khối lớp tùy biến cố.

a) Cộng số học sinh từng khối

Khối 6: $6 + 8 = 14$; khối 7: $9 + 7 = 16$; khối 8: $8 + 9 = 17$; khối 9: $8 + 7 = 15$.
Tổng: $14 + 16 + 17 + 15 = 62$ học sinh.

b) Xác suất chọn học sinh nam

Số nam: $6 + 9 + 8 + 8 = 31$. $P(A) = 31/62 = 1/2$.

c) Xác suất chọn học sinh lớp 9

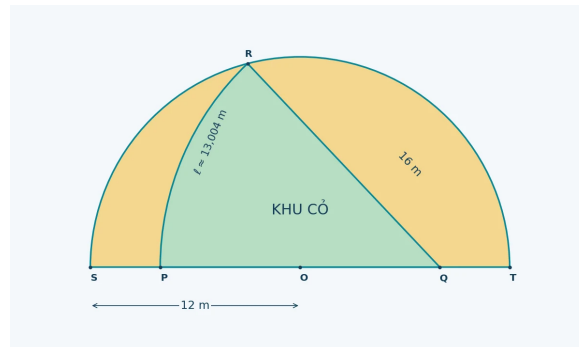
Có $8 + 7 = 15$ học sinh lớp 9 tham gia. $P(B) = 15/62$.

Kết quả. 62 học sinh; $P(A) = 1/2$; $P(B) = 15/62$.

Lưu ý. Mẫu số là 62 học sinh tham gia, không phải tổng số học sinh toàn trường hay số khối lớp.

Câu 4 (1 điểm)

Khu vườn là hình bán nguyệt SRT, tâm O, bán kính 12 m. Khu cỏ PQR là hình quạt tròn tâm Q, bán kính QP = QR = 16 m; P, O, Q thuộc đường kính ST và O là trung điểm PQ. R thuộc cung bán nguyệt. Phần còn lại trồng hoa; độ dài cung PR của quạt tròn xấp xỉ 13,004 m.



Vườn bán nguyệt bán kính 12 m, khu cỏ hình quạt bán kính 16 m; cung PR được hiệu chỉnh theo hình.

- Tính tổng chiều dài hàng rào quanh toàn bộ phần trồng hoa, kể cả ranh giới với khu cỏ.
- Tính diện tích trồng hoa, làm tròn đến hàng phần mười m^2 .

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Chu vi phần hoa gồm cả biên ngoài và biên giáp khu cỏ. Diện tích quạt tròn có bán kính r , cung dài l là $r l / 2$.

a) Liệt kê đủ các đoạn và cung

$OP = OQ = PQ/2 = 8 \text{ m}$. Vì $OS = OT = 12 \text{ m}$ nên $SP = QT = 4 \text{ m}$.

Hàng rào gồm cung bán nguyệt SRT, SP, QT, cung PR và đoạn QR. Cung ngoài dài $12\pi \text{ m}$.

Gọi l là độ dài cung PR. Khi đó $L = 12\pi + 4 + 4 + l + 16 = 12\pi + 24 + l$.

Dùng $l \approx 13,004 \text{ m}$: $L \approx 74,703 \text{ m}$, tức khoảng 74,7 m.

b) Lấy diện tích bán nguyệt trừ hình quạt

Diện tích bán nguyệt: $(1/2)\pi \cdot 12^2 = 72\pi \text{ m}^2$.

Diện tích khu cỏ: $(1/2) \cdot 16 \cdot l = 8l \approx 104,032 \text{ m}^2$.

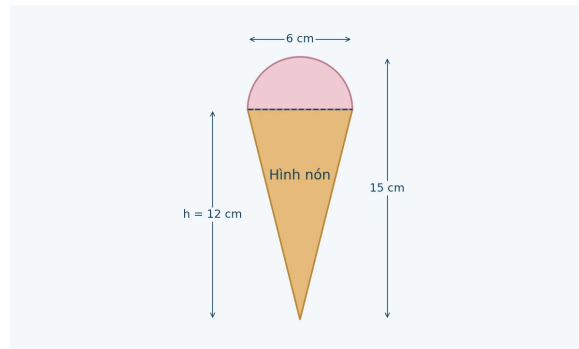
Diện tích hoa: $S = 72\pi - 8l \approx 122,1627 \text{ m}^2$, làm tròn được 122,2 m^2 .

Kết quả. Hàng rào khoảng 74,7 m; diện tích trồng hoa 122,2 m^2 .

Lưu ý. Hàng rào gồm cả biên ngoài và ranh giới giữa khu hoa với khu cỏ. Dùng độ dài cung đã cho, giữ π đến bước cuối.

Câu 5 (1 điểm)

Hộp kem hình hộp chữ nhật kích thước 15 cm × 20 cm × 12 cm chứa đầy kem. Mỗi cây kem gồm phần đáy trong bánh ốc quế hình nón và phần nhô lên là nửa khối cầu. Đường kính miệng bánh 6 cm, tổng chiều cao phần bánh và kem 15 cm.



Cây kem gồm hình nón cao 12 cm và bán cầu bán kính 3 cm.

- a) Tính thể tích kem chứa đầy một cây, làm tròn đến hàng phần trăm cm^3 .
- b) Mỗi cây thực tế có lượng kem ít hơn 5% so với thể tích đầy. Chia được tối đa bao nhiêu cây đủ lượng đó? Cho $V_{\text{hộp}} = abc$, $V_{\text{nón}} = (1/3)\pi R^2 h$, $V_{\text{cầu}} = (4/3)\pi R^3$; $\pi \approx 3,14$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Chiều cao bán cầu bằng bán kính. Tổng 15 cm gồm cả nón và bán cầu; số cây đủ phần phải lấy phần nguyên.

a) Tính thể tích mỗi phần

Bán kính $R = 6 : 2 = 3$ cm. Chiều cao nón $h = 15 - 3 = 12$ cm.

$$V_{\text{nón}} = (1/3) \cdot 3,14 \cdot 3^2 \cdot 12 = 113,04 \text{ cm}^3.$$

$$V_{\text{bán cầu}} = (2/3) \cdot 3,14 \cdot 3^3 = 56,52 \text{ cm}^3.$$

$$V_{\text{đầy}} = 113,04 + 56,52 = 169,56 \text{ cm}^3.$$

b) Tính số phần đủ lượng

Thể tích hộp: $15 \cdot 20 \cdot 12 = 3600 \text{ cm}^3$. Mỗi phần thực tế: $95\% \cdot 169,56 = 161,082 \text{ cm}^3$.

$3600 : 161,082 \approx 22,3489$. Chia được 22 cây đủ lượng; phần còn lại không đủ cây thứ 23.

Kết quả. Thể tích đầy $169,56 \text{ cm}^3$; chia được tối đa 22 cây kem.

Lưu ý. Cần bớt 5% của thể tích mỗi cây, không phải bớt 5% số cây. Không làm tròn số cây lên.

Câu 6 (1 điểm)

Có 5 vận động viên thi đấu vòng tròn một lượt, mỗi người đấu với 4 người còn lại. Thắng được 1 điểm, hòa 0,5 điểm, thua 0 điểm. Kết thúc giải, năm người có điểm khác nhau, xếp hạng nhất đến năm. Người hạng nhất không hòa trận nào; người hạng nhì không thua trận nào; người hạng tư không thắng trận nào.

- a) Có bao nhiêu trận? Người hạng nhất có bao nhiêu điểm?
b) Xác định điểm và kết quả từng trận của bốn người còn lại.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Mỗi trận đóng góp đúng 1 điểm vào tổng của giải. Điểm mỗi người là bội của 0,5; dùng thứ hạng và tổng điểm để loại khả năng.

a) Đếm trận và tìm điểm hạng nhất

Mỗi cặp đấu một lần nên số trận là $(5 \cdot 4)/2 = 10$. Tổng điểm cả giải là 10.

Gọi $A_1 > A_2 > A_3 > A_4 > A_5$ là điểm theo thứ hạng. Người nhất không hòa, người nhì không thua; do đó trong trận gặp nhau, người nhì thắng người nhất. Suy ra $A_1 \leq 3$.

A_1 là số nguyên vì không có trận hòa. Nếu $A_1 \leq 2$, tổng năm người sẽ nhỏ hơn $5 \cdot 2 = 10$ (bốn người sau đều ít điểm hơn), mâu thuẫn. Vì vậy $A_1 = 3$.

Người nhất thua người nhì, thắng cả ba người hạng ba, tư, năm.

b1) Xác định điểm của bốn người còn lại

Người nhì đã thắng người nhất và không thua ba trận còn lại, nên $A_2 \geq 1 + 3 \cdot 0,5 = 2,5$. Mặt khác $A_2 < 3$ và điểm cách nhau ít nhất 0,5, nên $A_2 = 2,5$; ba trận còn lại đều hòa.

Người tư đã thua người nhất và không thắng trận nào; do đó $A_4 \leq 1,5$. Người ba có $A_3 < 2,5$ nên $A_3 \leq 2$; người năm có $A_5 < A_4 \leq 1,5$ nên $A_5 \leq 1$.

Tổng ba người này là $10 - 3 - 2,5 = 4,5$. Nhưng $2 + 1,5 + 1 = 4,5$, nên cả ba phải đạt mức tối đa tương ứng: $A_3 = 2, A_4 = 1,5, A_5 = 1$.

b2) Lập bảng kiểm tra toàn bộ trận

Hạng	Gặp 1	Gặp 2	Gặp 3	Gặp 4	Gặp 5	Điểm
1	—	Thua	Thắng	Thắng	Thắng	3
2	Thắng	—	Hòa	Hòa	Hòa	2,5
3	Thua	Hòa	—	Hòa	Thắng	2
4	Thua	Hòa	Hòa	—	Hòa	1,5
5	Thua	Hòa	Thua	Hòa	—	1

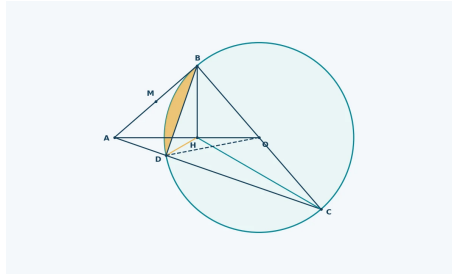
Người tư đạt 1,5 điểm, không thắng, nên hòa cả ba người hạng nhì, ba, năm. Người ba cần thêm 1 điểm ở trận với người năm, nên thắng trận đó. Bảng thỏa mọi điều kiện.

Kết quả. 10 trận; điểm từ hạng nhất đến năm: 3; 2,5; 2; 1,5; 1.

Lưu ý. Bảng mỗi trận xuất hiện hai lần theo hai người. Khi kiểm tổng điểm giải, chỉ tính 10 trận, mỗi trận tổng 1 điểm.

Câu 7 (3 điểm)

Từ A nằm ngoài đường tròn (O; R), vẽ tiếp tuyến AB và đường kính BC. Đường thẳng AC cắt đường tròn lần nữa tại D ($D \neq C$). Kẻ $BH \perp AO$ tại H; M là trung điểm AB.



Tiếp tuyến AB, đường kính BC, chân đường cao H và phần viên phân chắn bởi dây BD.

- Chứng minh $BD \perp AC$ tại D và A, B, H, D đồng viên.
- Chứng minh $OB^2 = OH \cdot OA$ và $\angle OHC = \angle AHD$.
- Với $AH = 12$ cm, $OH = 9$ cm, tính diện tích hình viên phân giới hạn bởi cung nhỏ BD và dây BD; làm tròn đến hàng phần trăm cm^2 .

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Hình viên phân bằng diện tích quạt tròn trừ diện tích tam giác tạo bởi hai bán kính và dây cung.

a) Góc vuông và đường tròn đường kính AB

BC là đường kính nên $\angle BDC = 90^\circ$. A, D, C thẳng hàng, suy ra $BD \perp AC$.

$\angle ADB = 90^\circ$ và $\angle AHB = 90^\circ$, nên D, H cùng nằm trên đường tròn đường kính AB. Vậy A, B, H, D đồng viên (tâm là M).

b) Hệ thức tích và hai góc bằng nhau

Hai tam giác OBH và OAB đồng dạng vì góc O chung, góc H và B vuông. Suy ra $OB/OA = OH/OB \Rightarrow OB^2 = OH \cdot OA$.

$OC = OB$ nên $OC^2 = OH \cdot OA$, hay $OH/OC = OC/OA$. Hai tam giác OHC và OCA có góc O chung và hai cạnh kề tỉ lệ, nên đồng dạng. Suy ra $\angle OHC = \angle OCA$.

Vì $AB \perp BC$ và $BD \perp AC$, $\angle ABD = \angle BCD = \angle OCA$. Trong đường tròn ABHD, $\angle ABD = \angle AHD$ (cùng chắn AD). Do đó $\angle OHC = \angle OCA = \angle ABD = \angle AHD$.

c) Tìm bán kính và góc ở tâm

$OA = AH + OH = 21$ cm. $R^2 = OH \cdot OA = 9 \cdot 21 = 189$, nên $R = 3\sqrt{21}$ cm.

Trong tam giác ABO vuông tại B: $AB^2 = OA^2 - OB^2 = 441 - 189 = 252 \Rightarrow AB = 6\sqrt{7}$ cm.

$BC = 2R = 6\sqrt{21}$ cm. Tam giác ABC vuông tại B nên $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{1008} = 12\sqrt{7}$ cm.

Tính diện tích tam giác ABC theo hai cách: $AB \cdot BC/2 = AC \cdot BD/2$. Suy ra $BD = AB \cdot BC/AC = 3\sqrt{21} = R$.

$OB = OD = BD$ nên tam giác OBD đều, góc BOD = 60° .

Trừ diện tích tam giác khỏi quạt tròn

$S_{\text{quạt}} = (60/360)\pi R^2 = 63\pi/2 \text{ cm}^2$. $S_{\text{OBD}} = R^2\sqrt{3}/4 = 189\sqrt{3}/4 \text{ cm}^2$.

$S_{\text{viên phân}} = \frac{63\pi}{2} - \frac{189\sqrt{3}}{4} \approx 17,1208 \text{ cm}^2 \approx 17,12 \text{ cm}^2$.

Kết quả. $OB^2 = OH \cdot OA$; $\angle OHC = \angle AHD$; diện tích viên phân $\approx 17,12 \text{ cm}^2$.

Lưu ý. Giữ π và căn thức đến bước cuối. Hình viên phân không phải toàn bộ quạt tròn 60° .