



ĐỀ THAM KHẢO TP.HCM 2026-2027

## Đề 23 · Đề và lời giải từng bước

7 câu tự luận · 120 phút · 10 điểm

Xanh dương: kiến thức · Xanh lá: kết quả · Vàng nhạt: lưu ý

### Câu 1 (1,5 điểm)

Cho hàm số  $y = -\frac{x^2}{2}$  có đồ thị (P). a) Vẽ (P). b) Tìm các điểm M thuộc (P) có hoành độ và tung độ là hai số đối nhau.

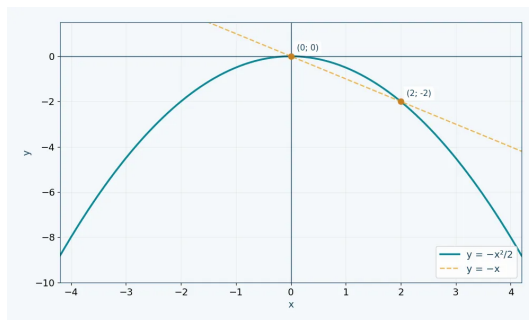
#### HƯỚNG DẪN GIẢI

**Kiến thức cần dùng.** Hai tọa độ đối nhau nghĩa là  $y = -x$ .

#### a) Vẽ đồ thị

| x | -4 | -2 | 0 | 2  | 4  |
|---|----|----|---|----|----|
| y | -8 | -2 | 0 | -2 | -8 |

Parabol có đỉnh O, trục đối xứng Oy và mở xuống.



Đường thẳng  $y = -x$  cắt parabol  $y = -x^2/2$  tại O và (2; -2).

#### b) Giải điều kiện

$$-x^2/2 = -x \Leftrightarrow x(x - 2) = 0.$$

$x = 0$  cho  $y = 0$ ;  $x = 2$  cho  $y = -2$ .

**Kết quả.** O(0; 0) và M(2; -2).

**Lưu ý.** 0 là số đối của chính nó, nên gốc tọa độ vẫn thỏa yêu cầu.

## Câu 2 (1 điểm)

Cho phương trình  $2x^2 - 5x - 7 = 0$ . a) Chứng minh có hai nghiệm phân biệt. b) Gọi hai nghiệm là  $x_1, x_2$ ; không giải phương trình, tính  $A = x_1(x_1 + 2024) - x_2(-x_2 - 2025) - x_2$ .

### HƯỚNG DẪN GIẢI

**Kiến thức cần dùng.** Khai triển chính xác dấu trừ trước ngoặc để biến biểu thức thành đối xứng theo hai nghiệm.

#### a) Xét biệt thức

$\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-7) = 81 > 0$  nên có hai nghiệm phân biệt.

#### b) Rút gọn trước, thay số sau

$$A = x_1^2 + 2024x_1 + x_2^2 + 2025x_2 - x_2 = x_1^2 + x_2^2 + 2024(x_1 + x_2).$$

Theo Viète,  $S = \frac{5}{2}$ ,  $P = -\frac{7}{2}$ . Suy ra  $x_1^2 + x_2^2 = S^2 - 2P = \frac{25}{4} + 7 = \frac{53}{4}$ .

$$A = \frac{53}{4} + 2024 \cdot \left(\frac{5}{2}\right) = \frac{20293}{4} = 5073,25.$$

**Kết quả.**  $A = \frac{20293}{4}$ .

**Lưu ý.**  $-x_2(-x_2 - 2025)$  cho hai số hạng dương; đây là chỗ rất dễ sai dấu.

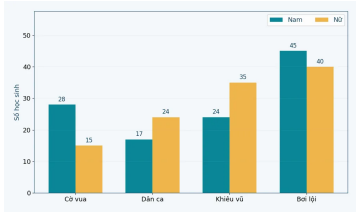
Biên soạn, hiệu chỉnh và giải chi tiết: Gia Sư SV.  
Tham khảo bộ đề Hội đồng Bộ môn Toán TP.HCM.  
Mở bài luyện Đề 23 · Ôn lý thuyết và chọn đề  
Người thầy tận tâm, người bạn sẻ chia.



Câu 3 (1,5 điểm)

Học sinh khối 6 tham gia các câu lạc bộ theo bảng và biểu đồ dưới đây. Mỗi bạn tham gia đúng một câu lạc bộ; khảo sát gồm toàn bộ học sinh khối 6.

| Câu lạc bộ | Cờ vua | Dân ca | Khiêu vũ | Bơi lội |
|------------|--------|--------|----------|---------|
| Nam        | 28     | 17     | 24       | 45      |
| Nữ         | 15     | 24     | 35       | 40      |



Số học sinh nam, nữ ở bốn câu lạc bộ của khối 6.

a) Câu lạc bộ nào có chênh lệch nam và nữ lớn nhất? b) Chọn ngẫu nhiên một học sinh khối 6. Tính xác suất A: bạn được chọn là nữ; B: bạn đó không tham gia bơi lội và cũng không tham gia khiêu vũ.

HƯỚNG DẪN GIẢI

**Kiến thức cần dùng.** Vì mỗi học sinh chỉ thuộc một câu lạc bộ, cộng các cột để đếm số bạn mà không trùng.

a) Tính chênh lệch

Cờ vua:  $|28 - 15| = 13$ ; Dân ca: 7; Khiêu vũ: 11; Bơi lội: 5.

Câu lạc bộ Cờ vua có chênh lệch lớn nhất, 13 học sinh.

b) Tính xác suất

Tổng học sinh:  $28 + 15 + 17 + 24 + 24 + 35 + 45 + 40 = 228$ .

Có  $15 + 24 + 35 + 40 = 114$  nữ, nên  $P(A) = \frac{114}{228} = \frac{1}{2}$ .

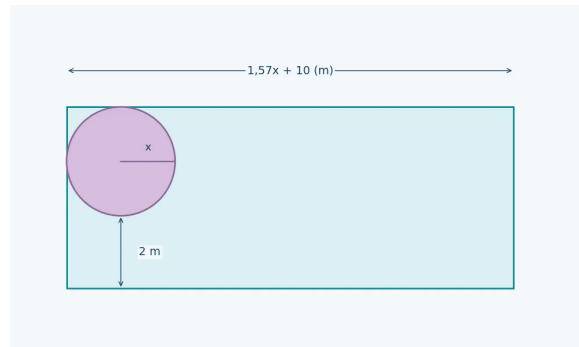
B tương ứng tham gia Cờ vua hoặc Dân ca:  $28 + 15 + 17 + 24 = 84$  bạn.  $P(B) = \frac{84}{228} = \frac{7}{19}$ .

**Kết quả.** Cờ vua;  $P(A) = \frac{1}{2}$ ;  $P(B) = \frac{7}{19}$ .

**Lưu ý.** “Không bơi lội và không khiêu vũ” phải loại cả hai nhóm, không chỉ một nhóm.

#### Câu 4 (1 điểm)

Sân hình chữ nhật dài  $1,57x + 10$  m. Ở góc sân có bồn hoa hình tròn bán kính  $x$  m, tiếp xúc với cạnh trên và cạnh trái. Khoảng cách từ điểm thấp nhất của bồn hoa đến cạnh dưới là 2 m;  $x > 0$ . Lấy  $\pi = 3,14$ .



Chiều rộng sân bằng đường kính bồn hoa cộng khoảng cách 2 m, tức  $2x + 2$ .

a) Viết biểu thức rút gọn diện tích sân còn lại. b) Diện tích còn lại là  $54,57 \text{ m}^2$ ; tìm bán kính bồn hoa, làm tròn đến 0,01 m.

#### HƯỚNG DẪN GIẢI

**Kiến thức cần dùng.** Chiều rộng hình chữ nhật là  $2x + 2$ ; diện tích còn lại bằng diện tích sân trừ diện tích hình tròn.

#### a) Rút gọn diện tích

$$\text{Sân} = (1,57x + 10)(2x + 2) = 3,14x^2 + 23,14x + 20.$$

$$\text{Sbồn} = 3,14x^2. \text{ Vậy } S = 23,14x + 20 \text{ (m}^2\text{)}.$$

#### b) Tìm bán kính

$$23,14x + 20 = 54,57 \Rightarrow x = 34, \frac{57}{23}, 14 = \frac{3457}{2314} \approx 1,49395.$$

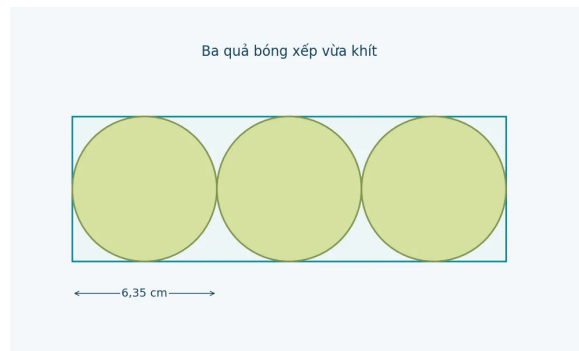
Giá trị  $x > 0$ ; làm tròn đến 0,01 m được 1,49 m.

**Kết quả.**  $S = 23,14x + 20$ ; bán kính khoảng 1,49 m.

**Lưu ý.** Giữ đủ chữ số khi chia; chỉ làm tròn ở kết quả cuối.

## Câu 5 (1 điểm)

Ba quả bóng tennis cùng đường kính 6,35 cm được xếp thẳng hàng, vừa khít trong một hộp hình trụ mỏng. Bỏ qua bề dày vỏ hộp.



Hộp trụ có bán kính bằng bán kính bóng, chiều cao bằng ba đường kính bóng.

a) Tính diện tích mặt cầu của một quả bóng, làm tròn đến 0,01 cm<sup>2</sup>. b) Tính thể tích hộp, làm tròn đến cm<sup>3</sup>. Dùng giá trị  $\pi$  của máy tính.

### HƯỚNG DẪN GIẢI

**Kiến thức cần dùng.** Bán kính bằng nửa đường kính; hộp chứa vừa ba quả nên chiều cao bằng  $3 \cdot 6,35$  cm.

#### a) Diện tích mặt một quả bóng

$$R = 6, \frac{35}{2} = 3,175 \text{ cm.}$$

$$S = 4\pi R^2 = \pi \cdot 6,35^2 = 40,3225\pi \approx 126,68 \text{ cm}^2.$$

#### b) Thể tích hộp

Hộp có bán kính  $r = 3,175$  cm, chiều cao  $h = 3 \cdot 6,35 = 19,05$  cm.

$$V = \pi r^2 h = \pi \cdot 3,175^2 \cdot 19,05 \approx 603,2986 \text{ cm}^3. \text{ Làm tròn được } 603 \text{ cm}^3.$$

**Kết quả.** Diện tích một quả bóng khoảng 126,68 cm<sup>2</sup>; thể tích hộp khoảng 603 cm<sup>3</sup>.

**Lưu ý.** Thể tích hộp gồm cả các khoảng trống quanh bóng, nên không bằng tổng thể tích ba quả cầu.

## Câu 6 (1 điểm)

Ba bình có tổng dung tích 132 lít. Lượng nước đầy bình 1 có thể rót vừa đầy bình 3 và nửa bình 2; cũng có thể rót vừa đầy bình 2 và một phần ba bình 3. Không hao hụt nước. Tìm dung tích từng bình.

### HƯỚNG DẪN GIẢI

**Kiến thức cần dùng.** Mỗi mô tả rót nước cho một biểu thức của dung tích bình 1.

#### Bước 1. Lập các quan hệ

Gọi dung tích bình 2 và bình 3 lần lượt là  $y, z$  lít,  $y > 0, z > 0$ . Bình 1 có dung tích  $x = 132 - y - z$ .

Ta có  $x = y/2 + z$  và  $x = y + z/3$ .

Suy ra  $y/2 + z = y + z/3 \Rightarrow y = 4z/3$ ; khi đó  $x = 5z/3$ .

#### Bước 2. Tìm dung tích và thử lại

$x + y + z = (5z + 4z + 3z)/3 = 4z = 132 \Rightarrow z = 33$ .

$y = 44$  và  $x = 55$ . Kiểm tra:  $33 + \frac{44}{2} = 55$ ;  $44 + \frac{33}{3} = 55$ .

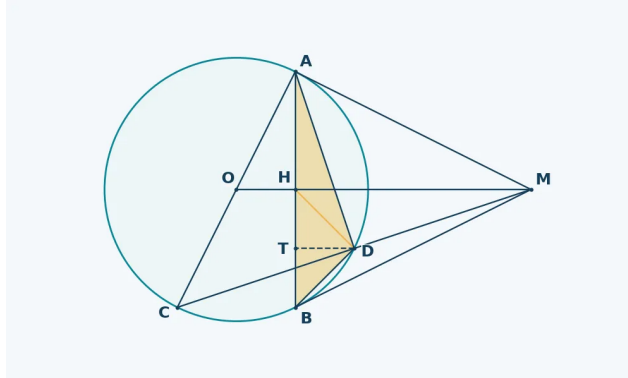
**Kết quả.** Bình 1: 55 lít; bình 2: 44 lít; bình 3: 33 lít.

**Lưu ý.** Khi viết đáp số, ghi đúng thứ tự bình; hai ẩn  $y, z$  không phải bình 1 và bình 2.

### Câu 7 (3 điểm)

Từ M ở ngoài đường tròn (O; R), kẻ hai tiếp tuyến MA, MB. AC là đường kính; tia MC cắt đường tròn tại D trước C. Đặt  $H = AB \cap MO$ .

a) Chứng minh MDHA nội tiếp. b) Chứng minh  $MD \cdot MC = MH \cdot MO$  và  $\angle MHD = \angle DBA$ . c) Chứng minh  $\angle HDB = 90^\circ$ . Khi  $MA = 2R$ , tính diện tích tam giác ABD.



H là trung điểm dây AB; D nằm giữa M và C trên cát tuyến.

## HƯỚNG DẪN GIẢI

**Kiến thức cần dùng.** Hai tiếp tuyến tạo trục đối xứng MO; dùng đồng dạng để nối tích cát tuyến với bình phương tiếp tuyến.

### a) Chứng minh nội tiếp

MA = MB và OA = OB nên MO là đường trung trực AB, do đó  $MH \perp AH$ .

AC là đường kính nên  $AD \perp DC$ , suy ra  $AD \perp DM$ . Hai góc MHA và MDA cùng bằng  $90^\circ$ ; MDHA nội tiếp đường tròn đường kính MA.

## b) Các hệ thức và góc

$\triangle MDA \sim \triangle MAC$  vì cùng góc M và có góc vuông ở D, A. Suy ra  $MD \cdot MC = MA^2$ .

Tam giác MAO vuông tại A, AH là đường cao nên  $MA^2 = MH \cdot MO$ . Do đó  $MD \cdot MC = MH \cdot MO$ .

Từ tứ giác MDHA nội tiếp,  $\angle MHD = \angle MAD$ . Góc giữa tiếp tuyến MA và dây AD bằng góc nội tiếp  $\angle DBA$  chắn cung AD; vậy  $\angle MHD = \angle DBA$ .

### c) Góc vuông và diện tích

Vì  $MH \perp HB$  nên  $\angle DHB = 90^\circ - \angle MHD$ . H nằm trên BA nên  $\angle HBD = \angle DBA = \angle MHD$ . Tổng hai góc này là  $90^\circ$ , suy ra  $\angle HDB = 90^\circ$ .

Khi  $MA = AC = 2R$ , tam giác  $MAC$  vuông cân tại  $A$  nên  $\angle ACM = 45^\circ$ . Suy ra  $\angle DBA = \angle DCA = 45^\circ$ , tam giác  $HDB$  vuông cân tại  $D$ .

Trong tam giác MAO:  $MO = R\sqrt{5}$ ; từ diện tích,  $AH = MA \cdot OA / MO = 2R / \sqrt{5}$ . H là trung điểm AB nên  $HB = AH$ .

Gọi T là chân đường vuông góc từ D xuống AB. Tam giác HDB vuông cân có  $DT = HB/2 = R/\sqrt{5}$ .

$$S_{ABD} = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot AB \cdot DT = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot (4R/\sqrt{5}) \cdot (R/\sqrt{5}) = 2R^2/5.$$

**Kết quả.**  $\angle HDB = 90^\circ$ ;  $S_{ABD} = \frac{2R^2}{5}$ .

**Lưu ý.** Tích MD·MC dùng khoảng cách tính từ M, không dùng độ dài đoạn DC thay cho MC.