



ĐỀ THAM KHẢO TP.HCM 2026-2027

Đề 24 · Đề và lời giải từng bước

7 câu tự luận · 120 phút · 10 điểm

Xanh dương: kiến thức · Xanh lá: kết quả · Vàng nhạt: lưu ý

Câu 1 (1,5 điểm)

Cho parabol (P): $y = \frac{x^2}{3}$. a) Vẽ đồ thị. b) Tìm các điểm M thuộc (P) cách đều hai trục tọa độ.

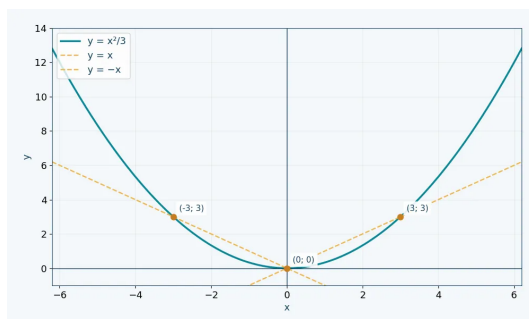
HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Khoảng cách từ $(x; y)$ đến Oy là $|x|$, đến Ox là $|y|$; trên parabol này $y \geq 0$.

a) Vẽ đồ thị

x	-6	-3	0	3	6
y	12	3	0	3	12

Parabol có đỉnh O, trục đối xứng Oy và mở lên.



Parabol $y = x^2/3$ gặp hai đường $y = x$ và $y = -x$ tại ba điểm cách đều hai trục.

b) Xét đủ hai trường hợp

Điều kiện $|x| = |y|$ tương đương $y = x$ hoặc $y = -x$.

Với $y = x$: $x^2/3 = x \Rightarrow x = 0$ hoặc $x = 3$.

Với $y = -x$: $x^2/3 = -x \Rightarrow x = 0$ hoặc $x = -3$.

Gộp kết quả, không đếm O hai lần.

Kết quả. $O(0; 0)$, $M_1(3; 3)$, $M_2(-3; 3)$.

Lưu ý. Khoảng cách luôn không âm; dùng $y = x$ duy nhất sẽ bỏ sót điểm có hoành độ âm.

Câu 2 (1 điểm)

Cho phương trình $-3x^2 + 2x + 4 = 0$. a) Chứng minh có hai nghiệm phân biệt. b) Gọi hai nghiệm là x_1, x_2 ; không giải phương trình, tính $A = 3x_2^2 + 2026x_1 + 2024x_2 - 4$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Vì x_2 là nghiệm, thay x_2 vào phương trình để rút gọn nhóm $3x_2^2 - 4$.

a) Xét biệt thức

$\Delta = 2^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 4 = 52 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt.

b) Rút gọn rồi dùng tổng nghiệm

$$-3x_2^2 + 2x_2 + 4 = 0 \Rightarrow 3x_2^2 - 4 = 2x_2.$$

$$A = 2x_2 + 2026x_1 + 2024x_2 = 2026(x_1 + x_2).$$

Theo Viète: $x_1 + x_2 = -2/(-3) = \frac{2}{3}$. Vậy $A = \frac{4052}{3}$.

Kết quả. $A = \frac{4052}{3}$.

Lưu ý. Không cần tìm riêng x_2 ; chính phương trình đã cho một cách thay thế bình phương của nghiệm.

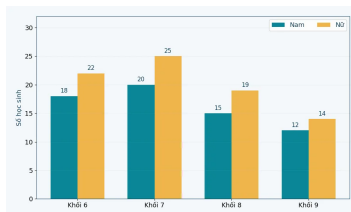
Biên soạn, hiệu chỉnh và giải chi tiết: Gia Sư SV.
Tham khảo bộ đề Hội đồng Bộ môn Toán TP.HCM.
Mở bài luyện Đề 24 · Ôn lý thuyết và chọn đề
Người thầy tận tâm, người bạn sẽ chia.



Câu 3 (1,5 điểm)

Số học sinh đăng ký câu lạc bộ Sáng tạo Robot ban đầu được cho dưới đây:

Khối	6	7	8	9
Nam	18	20	15	12
Nữ	22	25	19	14



Số học sinh nam và nữ đăng ký câu lạc bộ theo từng khối lớp.

a) Chọn ngẫu nhiên một thành viên ban đầu. Tính xác suất bạn đó là nữ thuộc khối có chênh lệch nam và nữ lớn nhất. b) Sau đó nhận thêm đúng 20 bạn, gồm nam khối 8 và nữ khối 9. Trong danh sách mới, xác suất chọn được nam khối 8 bằng $\frac{2}{15}$. Tìm số bạn mới của mỗi nhóm.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Phân biệt hai thời điểm: ban đầu có 145 bạn, sau khi nhận thêm có 165 bạn.

a) Tính xác suất ban đầu

Chênh lệch ở khối 6, 7, 8, 9 lần lượt là 4, 5, 4, 2. Lớn nhất là khối 7, có 25 nữ.

Tổng ban đầu: $18 + 22 + 20 + 25 + 15 + 19 + 12 + 14 = 145$. $P = \frac{25}{145} = \frac{5}{29}$.

b) Tìm số thành viên mới

Gọi x là số nam khối 8 mới, y là số nữ khối 9 mới; x, y là số nguyên không âm và $x + y = 20$.

Danh sách mới có 165 bạn, trong đó $15 + x$ nam khối 8. Do đó $(15 + x)/165 = \frac{2}{15}$.

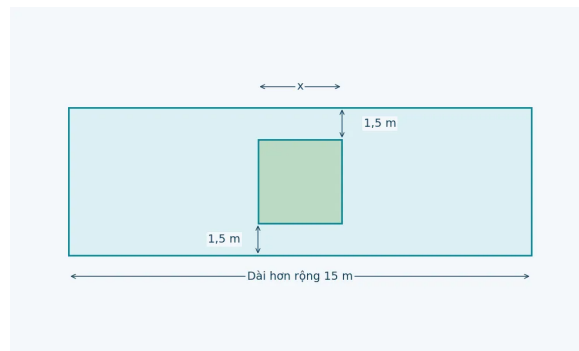
$15 + x = 22 \Rightarrow x = 7$; $y = 20 - 7 = 13$.

Kết quả. $P = \frac{5}{29}$; nhận thêm 7 nam khối 8 và 13 nữ khối 9.

Lưu ý. Tử số $15 + x$ phải gồm cả thành viên cũ và mới; không dùng $x/165$.

Câu 4 (1 điểm)

Khu đất hình chữ nhật dài hơn rộng 15 m. Ở chính giữa có vườn hoa hình vuông cạnh x m, $x > 0$; khoảng cách từ vườn hoa đến mỗi cạnh dài của khu đất là 1,5 m.



Chiều rộng khu đất $x + 3$; chiều dài $x + 18$; vườn hoa hình vuông ở giữa.

a) Viết biểu thức rút gọn diện tích đất còn lại. b) Phần còn lại có diện tích 138 m^2 . Nếu mỗi m^2 vườn hoa trồng được 4 cây, có thể trồng tối đa bao nhiêu cây?

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Từ khoảng cách hai phía, chiều rộng khu đất tăng 3 m so với cạnh hình vuông.

a) Lập biểu thức

Chiều rộng: $x + 1,5 + 1,5 = x + 3$. Chiều dài: $x + 3 + 15 = x + 18$.

$$S = (x + 3)(x + 18) - x^2 = 21x + 54 \text{ (m}^2\text{)}.$$

b) Tính cạnh, diện tích và số cây

$$21x + 54 = 138 \Rightarrow 21x = 84 \Rightarrow x = 4 \text{ m}.$$

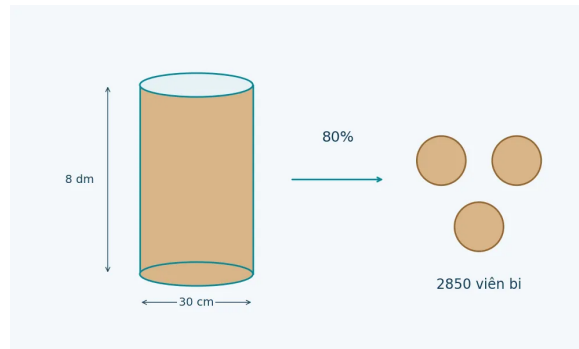
Diện tích vườn hoa: $x^2 = 16 \text{ m}^2$. Số cây tối đa: $16 \cdot 4 = 64$.

Kết quả. $S = 21x + 54$; trồng được tối đa 64 cây.

Lưu ý. 138 m^2 là phần đất còn lại, không phải diện tích trồng hoa.

Câu 5 (1 điểm)

Một khối gỗ hình trụ có đường kính đáy 30 cm, cao 8 dm. Từ đó làm được 2850 viên bi hình cầu cùng bán kính r cm, $0 < r < 2$. Tổng thể tích các viên bi bằng 80% thể tích khối gỗ ban đầu.



Đổi 8 dm thành 80 cm trước khi tính; 80% thể tích gỗ dùng để làm 2850 viên bi.

a) Tính thể tích khối trụ, làm tròn đến 0,001 cm³. b) Tính r , làm tròn đến 0,1 cm. Dùng giá trị π của máy tính.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Thống nhất đơn vị cm; lập phương trình tổng thể tích các viên cầu.

a) Thể tích khối trụ

Bán kính $R = \frac{30}{2} = 15$ cm; chiều cao $h = 8$ dm = 80 cm.

$$V = \pi R^2 h = \pi \cdot 15^2 \cdot 80 = 18000\pi \approx 56548,668 \text{ cm}^3.$$

b) Bán kính một viên bi

Tổng thể tích bi là $80\% \cdot 18000\pi = 14400\pi \text{ cm}^3$.

$$2850 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)\pi r^3 = 14400\pi \Rightarrow r^3 = \frac{72}{19}.$$

$$r = \sqrt[3]{72/19} \approx 1,559 \text{ cm, làm tròn được } 1,6 \text{ cm, thỏa } 0 < r < 2.$$

Kết quả. $V \approx 56548,668 \text{ cm}^3$; $r \approx 1,6 \text{ cm}$.

Lưu ý. Giữ π trong phương trình ở câu b để rút gọn; không lấy thể tích đã làm tròn làm dữ kiện mới.

Câu 6 (1 điểm)

Tháng 11, xí nghiệp sản xuất 2960 áo, trong đó 5% bị lỗi và không bán. Tháng 12, số áo lỗi giữ nguyên; số áo sản xuất tăng thêm đều đạt chất lượng. Khi đó áo đạt chất lượng chiếm 96% tổng sản lượng tháng 12. Tính số áo sản xuất tăng thêm.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Nếu áo tốt chiếm 96% thì áo lỗi chiếm 4%; số áo lỗi được giữ nguyên giữa hai tháng.

Bước 1. Tính số áo lỗi

Tháng 11 có $2960 \cdot 5\% = 148$ áo lỗi và 2812 áo tốt.

Bước 2. Tìm tổng sản lượng mới

Gọi n là tổng sản lượng tháng 12. Ta có $4\% \cdot n = 148 \Rightarrow n = 3700$.

Số áo tăng thêm: $3700 - 2960 = 740$.

Bước 3. Kiểm tra

Số áo tốt tháng 12 là $2812 + 740 = 3552$. Tỷ lệ $\frac{3552}{3700} = 96\%$, đúng yêu cầu.

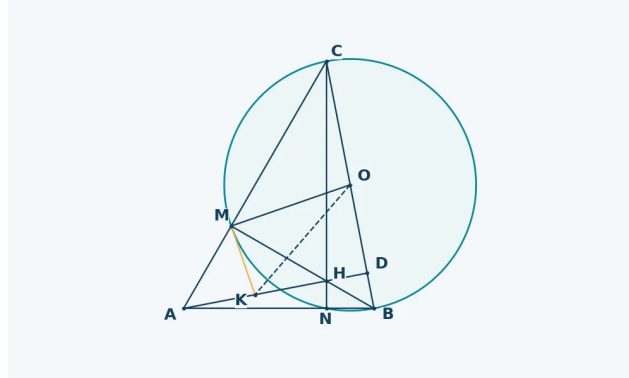
Kết quả. Xí nghiệp sản xuất thêm 740 áo.

Lưu ý. Cần biết số áo lỗi không đổi mới xác định được sản lượng; tỷ lệ lỗi giảm không có nghĩa số áo lỗi đã giảm.

Câu 7 (3 điểm)

Tam giác ABC nhọn, $AB < AC$, $\angle BAC = 60^\circ$. Hai đường cao BM và AD cắt nhau tại H; tia CH cắt AB tại N. O là trung điểm BC.

a) Chứng minh $CN \perp AB$ và BNMC nội tiếp đường tròn tâm O. b) K là trung điểm AH. Chứng minh KM là tiếp tuyến của đường tròn đó. c) Gọi bán kính đường tròn là R; tính OK theo R.



Các đường cao của tam giác ABC, tâm O của đường tròn đường kính BC và trung điểm K của AH.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Kiến thức cần dùng. Trục tâm là giao của ba đường cao; trung điểm cạnh huyền cách đều ba đỉnh tam giác vuông.

a) Đường cao và đường tròn

H là giao hai đường cao nên là trục tâm tam giác ABC. Vì vậy $CH \perp AB$, suy ra $CN \perp AB$.

$\angle BNC = \angle BMC = 90^\circ$. N, M cùng nằm trên đường tròn đường kính BC, tâm O và bán kính $R = BC/2$.

b) Chứng minh $OM \perp KM$

Tam giác AMH vuông tại M, K là trung điểm AH nên $KM = KH = AH/2$. Do đó $\angle KMH = \angle KHM$.

Hai góc $\angle KHM$ và $\angle BHD$ bằng nhau do đối đỉnh. Tam giác BDH vuông tại D cho $\angle BHD + \angle HBD = 90^\circ$.

$OM = OB$ nên $\angle OMB = \angle OBM = \angle HBD$. Vì M, H, B thẳng hàng, $\angle KMO = \angle KMH + \angle HMO = \angle BHD + \angle HBD = 90^\circ$.

M thuộc đường tròn và $KM \perp OM$ nên KM là tiếp tuyến tại M.

c) Tính OK

$\triangle AHM \sim \triangle BCM$: cùng góc vuông ở M và $\angle HAM = \angle CBM$ (cùng phụ với góc C). Suy ra $AH/BC = AM/BM$.

Trong tam giác ABM vuông tại M, $\angle BAM = 60^\circ$ nên $AM/BM = \cot 60^\circ = 1/\sqrt{3}$. Do đó $AH = 2R/\sqrt{3}$ và $KM = R/\sqrt{3}$.

Tam giác OMK vuông tại M: $OK^2 = OM^2 + KM^2 = R^2 + R^2/3 = 4R^2/3$. Vậy $OK = 2R\sqrt{3}/3$.

Kết quả. $OK = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$.

Lưu ý. Chỉ kết luận tiếp tuyến sau khi chứng minh đường thẳng vuông góc bán kính tại điểm nằm trên đường tròn.